DAS

ELASTISCHE VERHALTEN DER GLEISBETTUNG

UND

IHRES UNTERGRUNDES.

VON

DER TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZU MÜNCHEN

ZUR

ERLANGUNG DER WÜRDE

EINES

DOKTORS DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN
(DOKTOR-INGENIEURS)

GENEHMIGTE DISSERTATION

VON

RICHARD BASTIAN,
Diplomingenieur und Hauptlehrer an der städtischen Baugewerkschule in Nürnberg.

Referent:

F. Loewe,
o. Professor der Ingenieurwissenschaften.

Korreferent:

Dr. A. Föppl,
o. Professor der technischen Mechanik.

WIESBADEN.
C. W. KREIDEL's VERLAG.
1906.

DAS

ELASTISCHE VERHALTEN DER GLEISBETTUNG

UND

IHRES UNTERGRUNDES.

VON

DER TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZU MÜNCHEN

ZUR

ERLANGUNG DER WÜRDE

EINES

DOKTORS DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN

(DOKTOR-INGENIEURS)

GENEHMIGTE DISSERTATION

VON

RICHARD BASTIAN,

Diplomingenieur und Hauptlehrer an der städtischen Baugewerkschule in Nürnberg.

Referent:

F. Loewe,

o. Professor der Ingenieurwissenschaften.

Korreferent:

Dr. A. Föppl,

o. Professor der technischen Mechanik.

WIESBADEN.

C. W. KREIDEL's VERLAG.

1906.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547427_0024

Vorwort.

Die Preisaufgabe[1]), welche Herr Prof. F. Loewe der Bau-Ing.-Abteilung an der technischen Hochschule zu München für das Jahr 1903/04 gestellt hatte, gab mir die Anregung, das Verhalten der Bettung unter den Eisenbahnschwellen, das durch die bisherigen Versuche nur ungenügend geklärt war, durch eigene Beobachtungen zu prüfen.

Zu dem Ende ging ich den besonderen Weg, den Herr Prof. Dr. A. Föppl in seinen Vorlesungen über technische Mechanik[2]) vorgezeichnet und später an anderer Stelle[3]) noch ausführlicher erläutert und beschrieben hat. Ich wurde hierin von Herrn Prof. Föppl in aufserordentlicher Weise und insbesondere dadurch unterstützt, dafs mir die für den Zweck geschaffenen Beobachtungsvorrichtungen aus dem mech.-techn. Laboratorium der Münchener Hochschule zu fast halbjährigem Gebrauch überlassen wurden.

Dafür bin ich Herrn Prof. Föppl zu aufserordentlichem Dank verpflichtet, dem ich auch an dieser Stelle Ausdruck gebe.

Wenn meine Versuche in der Tat einen bescheidenen Beitrag zur Klärung des elastischen Verhaltens der Bettung bedeuten, so danke ich dies vor allem der bedeutenden Anregung und Förderung, welche mir die beiden Münchener Professoren zuteil werden liefsen.

---

[1]) „Es sind die Versuche über das Verhalten der Eisenbahngleise unter den Einwirkungen des Betriebes zusammenzustellen, zu beurteilen und Vorschläge zur Verbesserung der bisherigen Verfahrungsweisen zu machen."

[2]) Dr. A. Föppl, Vorlesungen über technische Mechanik. III. Band, p. 238.

[3]) Dr. A. Föppl, Mitteilungen aus dem mechanisch-technischen Laboratorium der technischen Hochschule zu München. Heft 27.

Nürnberg im Februar 1906.

Richard Bastian.

Inhaltsangabe.

Seite

I. Einleitung. — Frühere Versuche 1

II. Die Versuchsanordnung von Föppl 5

III. Die neue Versuchsanordnung 7

IV. Vorversuche. Die elastische Nachwirkung 10

V. Die Abhängigkeit der Formänderungen von den Lasten 12

VI. Der Einfluſs von Form und Grösse der Druckplatten auf die Formänderungen 17

VII. Die Formänderung in der Umgebung der belasteten Flächen.

A. In lotrechtem Sinne 20

B. In wagrechtem Sinne 25

VIII. Das Verhalten einer auf den Erdboden geschütteten Kiesbettung 26

IX. Die Verteilung des Druckes unter der belasteten Platte 34

X. Schluſsbetrachtung 37

Das elastische Verhalten der Gleisbettung und ihres Untergrundes.

I. Einleitung. — Frühere Versuche.

Das Verhalten der Gleisbettung gegenüber den Einwirkungen des Betriebes, insbesondere die Tatsache, dafs die Bettung beim Befahren des Eisenbahnoberbaues Formänderungen erleidet, die mit für die Beanspruchung des Gestänges mafsgebend sind, wurde zum erstenmal von Winkler in die Theorie des Eisenbahnoberbaues eingeführt.

M. M. v. Weber, der zuerst auf die Eindrückung der Schwellen in die Bettung hingewiesen und darüber Versuche angestellt hat, mafs den durch die Belastung hervorgebrachten augenblicklichen Formänderungen der Bettung noch keine besondere Bedeutung bei.

In seiner grundlegend gewordenen Abhandlung über die Theorie des Langschwellenoberbaues hat Winkler der Beziehung zwischen Bettungsdruck und der Einsenkung der Gleise eine Form gegeben, die heute noch ganz allgemein bei der Berechnung des Oberbaues angewendet wird. Er geht nämlich in seinen Entwickelungen von der Annahme aus, dafs in irgend einem Punkte unter der Schwelle der dort herrschende Gegendruck der Bettung p in geradem Verhältnisse zur Senkung y dieses Punktes steht, dafs also

Gl. 1. . . . . $p^{kg/qcm} = C^{kg/cm^3} \cdot y^{cm}$

gesetzt werden kann, wenn unter C ein von der Art der Bettung abhängiger, sonst unveränderlicher Zahlenwert verstanden wird, der heute allgemein Bettungsziffer genannt wird.

Soweit es sich um kleine elastische Formänderungen handelt, erscheint diese Annahme sehr wahrscheinlich, denn sie bildet offenbar ein Gegenstück zu der Grundgleichung der Elastizitätslehre

Gl. 2. . . . . $\sigma^{kg/qcm} = E^{kg/qcm} \cdot \varepsilon.$

Ein Beweis ist dieser Vergleich freilich nicht; ein solcher kann nur durch unmittelbare Beobachtung erbracht werden. Die Gl. 2. gilt bekanntlich nur innerhalb gewisser Grenzen; es ist daher anzunehmen, dafs dies auch für Gl. 1 zutrifft. Über die Grenzen, innerhalb welcher die Winkler'sche Annahme zutrifft, wie über die Gröfse von C können nur Versuche Aufschlufs geben, die entweder am befahrenen Gleise, oder an Probebettungskörpern unter Verhältnissen angestellt werden, welche die Einwirkungen des Betriebes möglichst getreu nachahmen.

Die Versuche, welche in dieser Richtung unternommen wurden, waren meist und in erster Linie auf die Ermittelung der Bettungsziffer gerichtet, so die von Häntzschel*) und Wasiutyński**). Andere Beobachter, wie Bräuning***), richteten ihr Hauptaugenmerk auf die bleibenden Veränderungen in der Gleislage, während Schubert's*) Untersuchungen hauptsächlich die Tragfähigkeit des Untergrundes und die Umbildungen der Unterbaukrone und des Bettungskörpers betrafen. Im folgenden sollen diese Versuche und ihre Ergebnisse, soweit sie für das Verhalten der Bettung bezeichnend sind, in gedrängter Kürze wiedergegeben werden.

*) Organ 1889, S. 141, 194, 227.
**) Organ 1899, S. 293.
***) Organ 1898, S. 27.

Versuche von Häntzschel.

Häntzschel**) benützte bei seinen ersten Versuchen im Jahre 1877 ein mit Wasser gefülltes Knierohr, an dessen wagrechtem Schenkel sich ein die Schienenbewegungen aufnehmender Tauchkolben befand, und dessen lotrechter Schenkel ein Wasserstandsglas mit Teilung trug, welches die Ablesungen von Senkungen bis auf etwa 0,1 mm genau dadurch ermöglichte, dafs sein Querschnitt nur $^1/_{10}$ von dem des Tauchkolbens betrug. Das Knierohr war an einem eisernen Gestelle senkrecht verschiebbar angebracht, das in 2 m Abstand von der beobachteten Schiene aufgestellt war. Die Beobachtungsfehler, die durch Senkungen des Bodens in der Umgebung des Gleises dadurch entstehen, dafs sich das Beobachtungsmittel mit senkt, und die beispielsweise die Versuchsergebnisse M. M. v. Weber's stark beeinträchtigt haben, waren also durch die weite Ausladung der Mefsvorrichtung und ihre grofse Grundfläche bedeutend verringert. Allerdings besafs die Vorrichtung noch den Mangel, dafs Schwankungen des Gestelles und Verwindungen des Schienenstranges zu beträchtlichen Beobachtungsfehlern führen konnten. Die Fahrzeuge mufsten aber langsam auf den Schienen verschoben werden, da schnelle Bewegung Emporschleudern des Wassers im Standrohre verursachte. Da die Beobachtungen zudem gezeigt hatten, dafs die Bettung bei neu hergestellten, wenn auch gut unterstopften Gleisen nicht nur während der Vorwärtsbewegung des Fahrzeuges, sondern auch während seines Ruhezustandes bleibende Senkungen erfährt, so dafs die aufgenommenen Biegungslinien mehrere Knicke zeigten, so erschien es zweckmäfsig, eine Aufschreibung der Senkungen ohne Hälten des Fahrzeuges vorzunehmen.

Bei den neueren, im Jahre 1888 wieder aufgenommenen Versuchen wurden daher die Durchbiegungslinien durch einen auf dem Knierohre befestigten Hebel vom Armverhältnisse 1:10 auf einen mittels Uhrwerkes bewegten Papierstreifen selbsttätig aufgeschrieben. Die Beobachtungen erstreckten sich auf die vorübergehende und bleibende Senkung von Gleisen auf alter und neuer Kiesbettung in verschiedener Mächtigkeit und auf verschiedenartigem Untergrunde, und lassen den Einflufs des

*) Organ 1897, S. 116, 133; 1899, S. 118, 137.
**) Organ 1888, S. 184; 1889, S. 141, 194, 227.

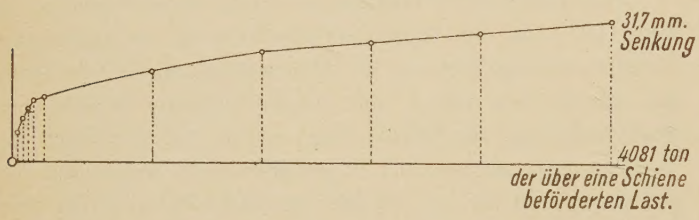
Untergrundes auf die Gröfse der Bettungsziffer gut erkennen. So ergab Kiesbettung

auf leichtem Lehmboden eine Bettungsziffer $C = 3$ kg./cm³
« schwerem « « « « $C = 7$ «
« Felsuntergrund « « $C = 8$ «

Je fester und unnachgiebiger der Untergrund ist, desto gröfser wird die Bettungsziffer. Die bleibenden Senkungen alter, im Betriebe befindlicher Gleise sind gleichfalls vom Untergrunde sehr abhängig. So gibt Kiesbettung auf Felsen eine dreimal geringere bleibende Senkung als Kiesbettung auf leichtem Lehmboden und eine dreizehnmal geringere, als Kiesbettung auf einem 7 m hohen Damme.

Für neue Kiesbettung auf Packlage und frischem Untergrunde gibt Häntzschel eine Übersicht der bleibenden Senkungen, die während längerer Betriebsdauer beobachtet wurden. In Abb. 1 sind die Ergebnisse dieser Übersicht auf-

Abb. 1.



getragen. Man erkennt aus ihr, dafs das fortgesetzte Befahren der Gleise auch fortgesetzt bleibende Senkungen erzeugt, dafs diese Senkungen aber nach längerm Befahren wesentlich kleiner werden.

Versuche mit Kleinschlag und Schlackenbettung auf befahrenem, schwerem Lehmboden ergaben für die bleibenden Senkungen günstigere Verhältnisse als Kiesbettung auf gewachsenem Felsen. Der Grund hierfür dürfte in der Form des Kleinschlages zu suchen sein, dessen scharfe Stücke sich gegenseitig stützen, und sich nicht so leicht zusammenschieben lassen, wie die rundlichen Kiesel.

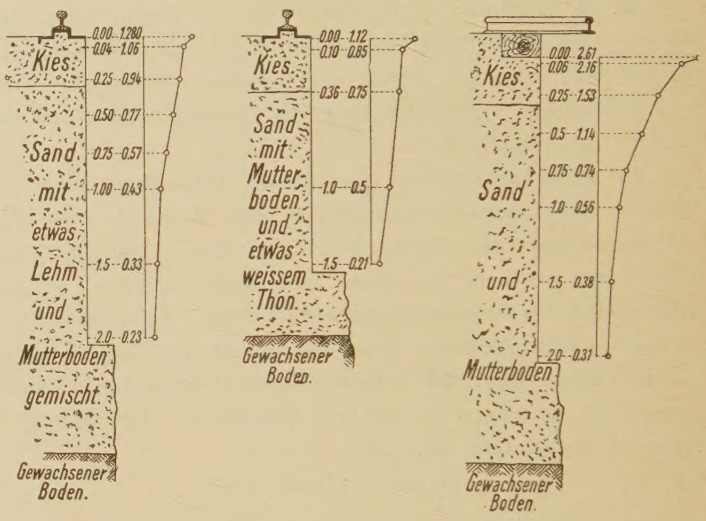
Schuberts Versuche.

Die Versuche, welche Schubert*) an befahrenen Eisenbahngleisen angestellt hat, sollten ein bestimmtes Bild von der Druckverteilung im Bahnkörper und den Nachweis liefern, dafs sich der Druck unter den Schwellen gleichmäfsig verteilt, in der Tiefe somit geringer wird. Er verfuhr in folgender Weise:

Ein schmaler, 0,30 m breiter Schlitz wurde bis zu 2 m Tiefe rechtwinkelig zur Bahnachse in den Bahnkörper eingetrieben; der Boden wurde soviel als nötig seitlich abgesteift, und in ihn eine Anzahl scharfer, 40 cm langer Flacheisen wagrecht eingeschlagen. Die Flacheisen mufsten alle Bewegungen des Bahnkörpers mitmachen; das oberste wurde in 0,11 m Tiefe, die übrigen in 0,25, 0,5, 0,75, 1,0, 1,5 und 2 m Tiefe unter der Unterbaukrone in den festgefahrenen Kieskörper eingetrieben. Die Messungen wurden derart vorgenommen, dafs in 3 m Entfernung von der Schiene eine starke Bohle fest in die Erde eingeschlagen und der Höhe der Flacheisen entsprechend mit Nägeln versehen wurde; auf diese Nägel und die Flacheisen wurde eine Wägelatte aufgesetzt, deren Neigung mit einer sehr genauen Mikrometerlibelle gemessen wurde.

Die Messungen wurden mehrfach wiederholt, und jedesmal festgestellt, ob die Libellenblase nach der Entlastung auch wieder in die ursprüngliche Stellung zurückging. Das geschah meist nicht wieder vollständig, es dauerte oft ziemlich lange. Manchmal zeigte sich der vollständige Rückgang erst nach der nächsten Belastung, öfter blieben auch einige Sekunden ganz zurück. Indessen waren, wie Schubert bemerkt, die Unregelmäfsigkeiten, die vielleicht auf ungenügende Elastizität oder andere Ursachen zurückzuführen sind, immer nur unbedeutend und ohne wesentlichen Einfluss auf die Endergebnisse. Das Ergebnis der Messungen ist in Textabb. 2 für zwei Lang-

Abb. 2. Senkungen des Untergrundes in verschiedenen Tiefen.



schwellen- und einen Querschwellen-Oberbau dargestellt. Man erkennt daraus, dafs die elastischen Senkungen im Bahnkörper unter dem belasteten Gleise mit der Tiefe ziemlich rasch abnehmen.

Schubert nahm nun an, dafs das gewachsene Erdreich und der aufgeschüttete Erdkörper beide vollkommen elastisch seien, dafs also auch entsprechend dem Elastizitätsgesetze aus der beobachteten Senkung unmittelbar auf die Gröfse des Druckes in der jeweiligen Tiefe geschlossen werden könne. Wurde der Druck unter der Schwelle zu 2 kg/qcm angenommen, so berechnete sich beispielsweise für den ersten Versuch in 2 m Tiefe ein Druck von $2 \times \frac{0{,}229}{1{,}28} = 0{,}36$ kg/qcm.

Engesser hat aus diesen Beobachtungen die Gröfse des Druckes in verschiedenen Tiefen auf andere Weise gerechnet. In seiner Abhandlung über die Theorie des Baugrundes*) weist er nämlich darauf hin, dafs die Senkungsgröfsen η, welche Schubert fand, jeweils die Zusammenpressung des ganzen unterhalb des beobachteten Punktes liegenden Erdkörpers darstellen, dafs also auch

$$\eta = \int_z^\infty \varepsilon \, . \, dz \text{ und } \varepsilon = \frac{d\eta}{dz}, \text{ daher auch der Druck}$$

*) E. Schubert, Organ 1897, S. 116, 133; 1899, S. 118, 137. Zeitschrift für Bauwesen, 1889, 1891, 1896. Zentrbl. d. B. 1889.

*) Engesser, Die Theorie des Baugrundes, Zentrbl. d. B. 1893.

Gl. 3) . . . . $\sigma = E.\varepsilon = E.\frac{d\eta}{dz}$ ist.

Für die erste Beobachtungsreihe ergibt sich nach Engesser's Berechnung für

Zusammenstellung I.

$z = 0$	0,04	0,25	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0 m
$\eta = 1{,}28$	1,066	0,938	0,768	0,569	0,427	0,329	0,229 cm
$\varepsilon = 0{,}0084$	0,0019	0,00064	0,00042	0,00026	0,00022	0,00020	0,00018
$\sigma = 2{,}2$	0,46	0,154	0,1	0,06	0,053	0,048	0,043 kg/qcm

Hierbei wurde nach dem Vorgange Schubert's für $z = 0$ der Druck unter der Schwelle $\sigma_0 = 2$ Kg/qcm angenommen. Unter dieser Annahme erhält man die Elastizitätszahl

$$E = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} = 240 \text{ Kg/qcm}$$

und die Bettungsziffer

$$C = \frac{\sigma_0}{\eta_0} = 15{,}6 \text{ kg/cm}^3.$$

Die Zuverlässigkeit dieser Werte wird durch den nur angenähert richtigen Wert von σ_0 eingegrenzt.

Die Versuche, welche die Ermittelung der Umbildungen und der Tragfähigkeit der Unterbaukrone bezwecken, wurden von Schubert in verkleinertem Mafsstabe unter möglichst getreuer Nachahmung der Betriebseinwirkungen ausgeführt. Er bediente sich dazu eines rechteckigen oben offenen Kastens aus Eisenblech, in welchem der zu untersuchende Untergrund- und Bettung-Stoff, letzterer meist Schotter, eingebracht wurde. Die eine Langseite konnte abgenommen werden. Durch fortgesetzte Belastung der Schienen und Schwellen, die in entsprechend verkleinertem Mafsstabe auf die Bettung aufgebracht waren, wurden die Veränderungen, welche Bettung und Untergrund während des Betriebes erleiden, in kurzer Zeit erzielt. Diese Veränderungen konnten durch eine Glaswand, die hinter der beweglichen Längswand eingeschoben war, bequem beobachtet und aufgezeichnet werden. Schubert fand für den Querschwellenoberbau, dafs die Tragfähigkeit der Unterbaukrone zunahm, die bleibenden Senkungen unter den Schwellen, sowie die seitlichen Aufquellungen der Unterbaukrone geringer wurden, wenn die Bettung erhöht wurde, und dafs die seitlichen Aufquellungen ganz aufhörten, wenn die Bettungsstärke ungefähr gleich dem lichten Schwellenabstande gemacht wurde. Wurde die Versuchungsanordnung mit Wasser übergossen, so nahmen die bleibenden Senkungen bei gleicher Belastung zu, und die Tragsfähigkeit verminderte sich bedeutend.

Die Tragfähigkeit wird hier im gleichen Sinn genommen, wie die Tragfestigkeit anderer Baustoffe, und bedeutet die Grenzbelastung, deren Überschreitung den ursprünglichen Zustand der Bettung zerstört, indem gröfsere bleibende Senkungen und seitliches Ausweichen eintreten. Solange es sich um ruhende Lasten handelt, stellt also die Tragfähigkeit die äufserst zulässige Belastung dar. Für Verkehrslasten trifft dies aber nicht mehr zu. Hier tritt eine Zerstörung der Bettung schon bei geringerer Belastung ein, wenn diese nur genügend oft wiederholt wird. In der Festigkeitslehre hat man einer derartigen Beanspruchung durch Einführung der Ursprungsfestigkeit Rechnung getragen, und ganz im gleichen Sinne soll auch die Tragfähigkeit der Bettung aufgefafst werden. Sie bildet die Grenze, die von den Belastungen, welche die elastischen, für die Beanspruchung des Gestänges mafsgebenden Senkungen erzeugen, nicht überschritten werden darf, und kann nur in diesem Sinn für die Berechnung des Oberbaues als mafsgebend angesehen werden. Eine Erweiterung der Grenze für die zulässige Beanspruchung der Gleisbettung, also eine Erhöhung ihrer Tragfähigkeit, bedeutet natürlich eine wünschenswerte Verstärkung des Oberbaues.

Schubert's Versuche haben gezeigt, dafs die Tragfähigkeit durch die Mächtigkeit der Gleisbettung wesentlich beeinflufst wird und deshalb bei der Bemessung der Bettung berücksichtigt werden mufs. Die Tragfähigkeit hängt auch von der Gröfse und Gestalt der Druckfläche ab, eine Tatsache, die zuerst Schwedler*) in einer theoretisch entwickelten Formel zur Berechnung der Tragfähigkeit der Bettung berücksichtigt hat, und die durch neuere Versuche Bräunings auch bestätigt worden ist. Schwedler ging in seinen Entwickelungen davon aus, dafs bei Überschreitung der Tragfähigkeit sich Gleitflächen und Ablösungskörper ausbilden, deren Verschiebung nur durch Überwindung der Reibungswiderstände möglich ist. Für die Beurteilung der Tragfähigkeit ist also die Rauhigkeit des Stoffes mafsgebend, die durch dessen natürlichen Böschungswinkel gemessen wird. Dagegen spielt der Reibungswinkel bei Beurteilung des elastischen Verhaltens der Bettung keine Rolle **). Darum ist es auch nicht angängig, wie es schon versucht wurde, die Gröfse der elastischen Formänderungen aus dem Reibungswinkel herzuleiten.

Bräunings Versuche.

Die Beobachtungen, welche Bräuning***) zur Ermittelung der bleibenden Senkungen an verschiedenen Gleisstrecken vornahm, erstreckten sich auf eine monate- und jahrelange Betriebsdauer. Bräuning mafs die Senkungen wiederholt mittels aufserhalb der Gleise angebrachter Höhenmarken an einem quer übergespannten Kupferdrahte mit einem keilförmigen Mafsstabe und stellte sie zeichnerisch als Abhängige der Betriebsdauer dar. Die so gewonnenen Senkungslinien gestalteten sich für die einzelnen Versuchstrecken sehr verschiedenartig, doch zeigten sie, dafs alle Gleise bald nach dem Anstopfen einen nicht unbedeutenden Teil ihrer Höhenlage wieder einbüfsten. Die ersten Senkungen erfolgten bei allen Oberbauarten ziemlich

*) Schwedler, Über den eisernen Oberbau, Zentrbl. d. B. 1891.

**) Zimmermann, Das Verhalten der Gleisbettung in statischer Beziehung nach den Versuchen der Reichseisenbahnen. Organ 1888.

***) Bräuning, Veränderungen in Form und Lage des Eisenbahngestänges, Zeitschrift für Bauwesen, 1896. Der Kies als Gleisbettung. Ebenda 1904.

gleichmäfsig, selbst die ganz verschiedenen Mafse der vorangegangenen Hebung der Gleise hatten auf diese Gleichförmigkeit keinen Einfluſs. Hatte nun die Bettung ihre volle Dichtigkeit wieder erreicht, so ging die weitere Senkung des Gleises langsamer und gleichmäfsiger vor sich.

Ein Vergleich der bleibenden Senkungen nach den Jahreszeiten ergab für die Monate April bis Juli aufserordentlich geringe, für den Spätsommer und Herbst aber gröfsere Senkungen. Hebungen des Gleises durch Frost wurden hauptsächlich an mangelhaft entwässerten Stellen bei eiserner wie bei hölzerner Unterschwellung beobachtet. Jeder Hebung durch Frost folgte bei Frostaufgang eine starke Senkung des Gleises.

Nachdem für die Herstellung der Eigenschaften des Schotterbettes durch Schubert's Untersuchungen reichliche Unterlagen geschaffen waren, hat Bräuning in seinen neueren Versuchen noch die wesentlichsten Bedingungen erörtert, welche beim Gleisbaue im Kiesbette zur Gewinnung einer möglichst regelmäfsigen und dauerhaften Gleislage in Betracht kommen. Die Messungen wurden zwei Jahre lang in derselben, nur im Einzelnen verbesserten Weise, wie früher, jedoch an neuen Versuchstrecken mit wechselreicheren Eigenschaften vorgenommen. Am wichtigsten erwies sich die Beobachtung in der Zeit vor dem Eintritte des Frostes, in der Zeit des stärksten Frostes und des vollständigen Frostaufganges.

In diesen Zeiten fiel vor allem der Einfluſs des Untergrundes in die Augen, während in frostfreien Zeiten ein so bedeutender Einfluſs der unteren Bodenarten auf die Gleislage nicht bemerkbar war. Reiner, auch feiner Sand erwies sich als ziemlich frostbeständig; ebensowenig wurden Frostauftreibungen im Kiesbette selbst festgestellt, obwohl es nicht frei von erdigen Beimengungen war. Soll das Gleis also in seiner Lage durch Frost nicht beeinfluſst werden, so mufs es bis zur gewöhnlichen Frostgrenze hinab auf frostbeständiger Unterlage ruhen. Als solche kann jeder reine Sandboden auch bei feinem Korne gelten. Erst wenn das Kiesbett den umgestaltenden Einflüssen des Untergrundes und der Witterung entzogen ist, kommen die dem Bettungstoffe selbst innewohnenden Eigenschaften zur vollen Geltung.

Die dauernden Formänderungen der Bettung gehen teilweise durch Zusammenpressung des Bettungstoffes, daneben aber auch durch seitliche Wanderungen vor sich. Die möglichen Formen dieser seitlichen Wanderung haben Zimmermann*) und Schwedler**) theoretisch behandelt. Bräuning suchte unmittelbar durch Versuche ein Bild von diesen Bewegungen zu gewinnen. Zu dem Zwecke wurde in einen Kasten, ähnlich wie ihn schon Schubert zu seinen Versuchen verwendete, eine trockene Sandschüttung aus verschiedenartig gefärbten Lagen hergestellt und mit Schwellen in verkleinertem Mafsstabe so lange belastet, bis deutliche Verschiebungen in der Bettung entstanden. Die seitlichen Wanderungen äufserten sich, nachdem das Sandbett fest in sich zusammengedrückt war, in der Weise, dafs sich auf ruhender Lage ein Sandkörper ablöste; zuerst verschwommen, dann deutlicher, bis schliefslich eine Ablösungslinie gut erkennbar wurde. Die Ablösungslinien lassen die Grundform der von Schwedler theoretisch entwickelten logarithmischen Spirale gut erkennen.

Mäfsige, bis zum Zustande der Bergfeuchtigkeit vorhandene Nässe, wie sie sich meistens in dem untern tragenden Teile des Bettungskörpers findet, vermehrt den Zusammenhang und die Tragfähigkeit der feineren Kiesmassen. So wurde für Kies mit viel Feingehalt in bergfeuchtem Zustande eine zwei bis viermal so grofse Tragfähigkeit gefunden, als für Kies in trockenem Zustande, während für ein grobes Korn kein bemerkenswerter Unterschied zu erkennen war. Eine Übersättigung mit Wasser lockert dagegen den Zusammenhang namentlich des feinern Bettungstoffes, wenn dieser einem schnellen Wechsel zwischen Belastung und Entlastung ausgesetzt wird.

Die Schwellenbreite ist nach Bräunings Beobachtungen für die Beanspruchung der Bettung gleichfalls von Bedeutung, denn einerseits wird die Einheitsbelastung bei wechselnder Schwellenbreite verringert, andererseits nimmt die Tragfähigkeit der Flächeneinheit in geradem Verhältnisse mit der Schwellenbreite zu.

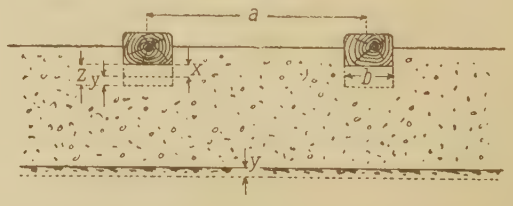
Die Beobachtungen von Wasiutyński.

Im Auftrag der Warschau-Wiener Eisenbahn hat A. Wasiutyński*) in den Jahren 1897/8 eine Reihe sehr gründlicher Beobachtungen an befahrenen Gleisen vorgenommen. Er bediente sich dazu der von W. Ast erdachten, jedoch etwas abgeänderten Mefsvorrichtung, welche die Bewegungen der Gleise unter den darüber hineilenden Zügen auf photographischem Wege, also ohne jede Kraftübertragung und ohne die aus ihr entstehenden Mängel aufzeichnet.

Wasiutyński hat unter anderm die Senkungen der Schwellen unter den mit verschiedenen Geschwindigkeiten darüberfahrenden Zügen sehr genau gemessen und gleichzeitig auch die Senkungen des Untergrundes beobachtet. Zu letzterm Zwecke stellte er zwischen zwei Querschwellen dicht bei der Schiene drei Bohrlöcher von 0,5, 1,0 und 1,5 m Tiefe her, in welche eiserne Rohre eingelassen wurden. In die so gebildeten Brunnen wurden Gasrohre 0,4 m tief unter der jeweiligen Sohle eingerammt und darauf kleine Kugelspiegel befestigt, deren Bewegungen beim Vorbeifahren der Züge aufgezeichnet wurden. Aus den beobachteten Senkungen hat Wasiutyński die für die Bettung und den Untergrund mafsgebenden Ziffern in folgender Weise gerechnet.

Die Senkung einer Schwelle setzt sich zusammen aus der Verdrückung x, die die Bettung erfährt und aus der Senkung y des Untergrundes (Textabb. 3). Nimmt man an, dafs sich der

Abb. 3.



Untergrund überall unter den Schwellen um das gleiche Mafs senkt, was in 50 cm Tiefe schon der Fall sein dürfte, so ist

*) Zimmermann, Die Berechnung des Eisenbahnoberbaues, 1888.
**) Schwedler, Über den eisernen Oberbau, Zentrbl. d. B. 1891.

*) A. Wasiutyński, Beilage zum Organ 1899.

der Druck der Schwellen auf den Untergrund durch die verteilende Wirkung der Bettung im Verhältnisse $\frac{b}{a} = \frac{1}{n}$ geringer geworden. Die Senkung des Untergrundes beträgt daher für eine Last P, wenn N die Untergrundziffer ist,

$$y = \frac{P}{n} \cdot \frac{1}{N}.$$

Wäre der Untergrund starr, so würde sich die Schwelle um einen Betrag $x = P : K$ nur wegen der Verdrückung der Bettung senken, wenn K die Bettungsziffer bedeutet. Die Senkung der Schwelle bei elastischem Untergrunde beträgt also:

$$z = \frac{P}{K} + \frac{P}{n \cdot N} = \frac{P}{C},$$

wenn C die Ziffer bedeutet, die dem Untergrunde und der Bettung zusammengenommen entspricht.

Wasiutyński schlägt vor, diese Ziffer Schwellenunterlageziffer zu nennen. Aus der eben angeschriebenen Gleichung folgt

Gl. 4) . . . . . $\frac{1}{C} = \frac{1}{K} + \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{N}.$

Aus Gl. 4 läfst sich auch die Unterbauziffer N berechnen, nachdem C und K aus den beobachteten Senkungsgröfsen abgeleitet sind. Nachstehend sind die für die verschiedenen Oberbauarten gefundenen Ziffern verzeichnet.

Zusammenstellung II.

Oberbau	Schwellen-Teilung a	Sohlenbreite der Schwellen b	$n = \frac{a}{b}$	Ziffern der Schwellenunterlage: C	Ziffern der Bettung: K	Ziffern des Unterbaues: N
Oberbau II, 2,44 m lange Schwellen, Kiesbettung . . .	80	25	3,2	4,7	6,9	4,6
Oberbau III, 2,7 m lange Schwellen, Kiesbettung . . .	80	25	3,2	6,1	9,0	5,9
Oberbau IVa, 2,7 m lange Schwellen, verstärkter Stofs, Granitschotter-Bettung	85	25	3,4	4,8	9,5	5,4
Oberbau V, statt 12 m langer 9 m lange Schienen, sonst wie Oberbau IVa	75	25	3,0	3,4	4,6	4,4

An den Ergebnissen fällt auf, dafs der Widerstand des Unterbaues nur unerheblich kleiner ist, als der Widerstand einer 53 cm starken Schotterlage. Die Unterbauziffer für die verschiedenen an gleicher Stelle nacheinander verlegten Oberbauarten schwankt innerhalb enger Grenzen und kann annähernd gleich 5 gesetzt werden.

Die bleibenden Formänderungen und Senkungen der verschiedenen Bettungsarten wurden von Wasiutyński nicht gemessen und berücksichtigt. Aber hierin liegt grade die Überlegenheit des Schotters gegenüber der Kiesbettung, welche sich bezüglich der elastischen Senkungen günstiger verhält. Durch die Beobachtungen Häntschel's, Bräuning's, Schubert's ist festgestellt, dafs das Schotterbett bleibenden Formänderungen einen gröfsern Widerstand entgegensetzt, als eine Kiesbettung, und zwar gewinnt es seine gröfsere Tragfähigkeit vornehmlich durch die scharfkantige Form des Korns, die dem Bettungskörper einen hohen innern Reibungswiderstand verleiht, der auch durch Erschütterungen nicht sehr beeinträchtigt wird. Die abgerundeten Kieskörner weichen dem Drucke leicht aus und verlieren durch Erschütterungen ganz erheblich an Reibungswiderstand.

Wasiutyński weist darauf hin, dafs die Schwellen bei Verwendung von Grubenkies sehr häufig, insbesondere am Stofse nachgestopft werden mufsten, während an den auf Schotter gelegten Schwellen innerhalb zwei Monate keine Veränderung in der Höhenlage, in der Spurweite und der Gleichmäfsigkeit der Unterstopfung wahrgenommen werden konnte. Wenn also die Beobachtungen wider Erwarten eine gröfsere elastische Nachgiebigkeit des Granitschotters ergeben haben, so deutet dies darauf hin, dafs die Vorzüge dieser Bettungsart anderen Eigenschaften zuzuschreiben sind.

Schliefslich seien hier noch die Versuche erwähnt, die Stecewicz auf der Tambow-Saratower und auf der baltischen Bahn angestellt hat. Er fand für eine Bettung aus Grubensand mit Kies folgende Ziffern:

An Stellen ohne Auf- und Abtrag bei nachgiebigem Boden . . . . . $C = 3,5$
bei festem Tonboden in Einschnitten . . . $C = 5$
und bei sehr festem Tonboden in Einschnitten $C = 9$

Stecewicz gibt an, dafs sich bei den Beobachtungen auf der baltischen Bahn manche Schwellen fast gar nicht senkten, und glaubt daher die Möglichkeit einer Vergröfserung der Bettungsziffer bis zu $C = 45$ annehmen zu können.

II. Die Versuchsanordnung von Föppl.

Die bisher betrachteten Versuche liefsen noch manche Frage über das Verhalten der Bettung offen. Die dafür bezeichnende Bettungsziffer wurde zwar wiederholt und unter verschiedenen Umständen ermittelt; es ist aber nicht möglich, aus diesen Beobachtungen den Schlufs zu ziehen, ob und wieweit die allen Oberbauberechnungen zu Grunde liegende Annahme, dafs die Senkung der Bettung an jeder Stelle zu dem dort herrschenden Drucke in geradem Verhältnisse stehe, auch wirklich zutreffend ist. Ein Beweis für die Richtigkeit dieser durch Gl. 1 ausgedrückten Annahme konnte durch unmittelbare Messungen noch nicht erbracht werden, und man hat bis jetzt die Übereinstimmung, welche sich zwischen den beobachteten und den auf theoretischem Wege aus Gl. 1 gefolgerten Formänderungen ergab, als genügenden Beweis für ihre Zulässigkeit angesehen.

Ferner wurde von mehreren Beobachtern darauf hinge-

wiesen, dafs die Gröfse und die verschiedenartige Form der Schwellen nicht ohne Einflufs auf die beobachteten Senkungen und die daraus abgeleitete Bettungsziffer sein könne. Die Versuche liefsen jedoch das Mafs der Abhängigkeit nicht deutlich zum Ausdruck kommen. Das wird erklärlich, wenn man bedenkt, in welch vielgestaltiger Weise die Senkungen der Bettung beeinflufst werden können. Da sind vor allem die unvermeidlichen Schwankungen in den Belastungen und die verschiedenartigen Achsstände der Fahrzeuge, die Fahrgeschwindigkeit, die Güte der Schwellenunterstopfung, die unter den Witterungseinflüssen wechselnde Beschaffenheit des Untergrundes und der Bettung, die Beschaffenheit des Gestänges, die neben der Gröfse und Form der Schwellen die Versuchsergebnisse offenbar beeinflussen, ohne dafs sich dieser Einflufs zahlenmäfsig angeben liefse.

Wenn man trotzdem über das Verhalten der Bettung genauere Aufschlüsse erlangen will, so ist dies nicht anders möglich, als verschiedene Bettungskörper unter vereinfachten Verhältnissen zu untersuchen, bei denen alle die erwähnten, unsicheren Mifsstände ausgeschieden sind. Die Beobachtungen müssen unter ruhenden Lasten vorgenommen, den ebengenannten, wechselnden Einflüssen entzogen und auf Schwellen einfachster Gestalt, kreisrunden oder quadratischen Platten, vorgenommen werden.

Diesen Erwägungen folgend, schien mir das Beobachtungsverfahren, das Herr Professor Föppl in seinen Vorlesungen über technische Mechanik zum erstenmal veröffentlicht hat, sehr geeignet, um das elastische Verhalten der Bettung und ihres Untergrundes auf dem Wege des Versuches zu prüfen.

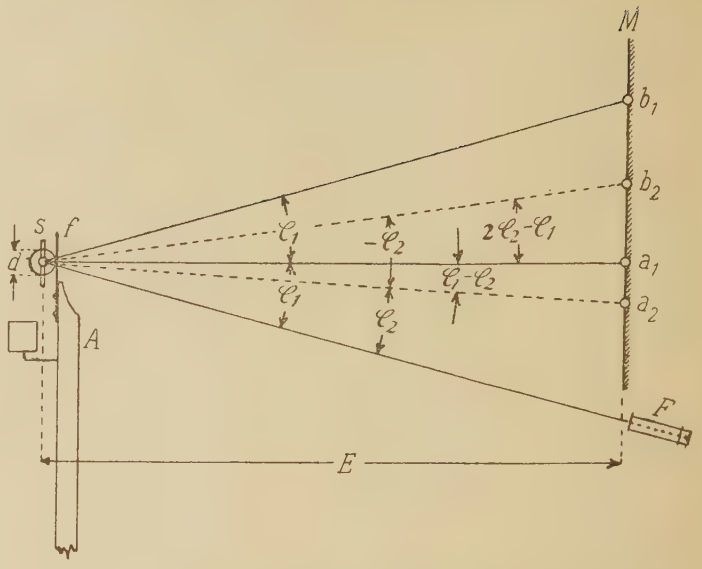
Die einfache Versuchsvorrichtung, die überaus feine Messungen gestattet, besteht im wesentlichen aus zwei Pfählen, die im Abstand von 3 m in den Boden gerammt sind und eine Eisenschiene tragen, die sich etwa 70 cm über dem Boden befindet. Unterhalb der Schiene sind kleine Holzpfähle eingeschlagen, die fest im Boden sitzen und dessen Bewegungen mitmachen. Um die Verschiebungen der Holzpflöcke gegen die in fester Lage beharrende Eisenschiene zu messen, wird an der Schiene ein Spiegelgerät befestigt. Dieses Gerät besteht aus einem kleinen Spiegel, der auf Spitzen in einer Fassung gelagert ist und auf seiner Drehachse ein Hartgummiröllchen trägt.

An dem lotrecht unter der Spiegelvorrichtung im Boden befindlichen Holzpflocke wird durch zwei Schrauben eine lotrecht stehende Stange leicht drehbar befestigt, deren oberes, besonders zugerichtetes Ende auf dem Hartgummiröllchen des Spiegelgerätes aufruht und durch ein kleines Übergewicht an dasselbe angedrückt wird. Jede Verschiebung des Holzpflockes bewirkt so eine Drehung des Spiegels, die durch ein Fernrohr beobachtet wird.

In Abb. 4 ist F das Fernrohr, das mittels eines Stativs auf einer unbeweglichen Unterlage in der Entfernung E vom Spiegel aufgestellt wird. An dem Stativ ist noch der Mafsstab M fest angebracht, dessen Bild in dem Spiegel S durch das Fernrohr F beobachtet wird.

Ist $S a_1$ das Einfallslot des Spiegels, φ_1 der Winkel, den das Lot mit der Fernrohrachse einschliefst, so erblickt man an

Abb. 4.



dem Fadenkreuze des Fernrohres den Punkt b_1 des Mafsstabes. Tritt eine Senkung des Bodens ein, so senkt sich mit dem Pflocke die daran befestigte Stange A, und bewirkt durch die auf dem Hartgummiröllchen aufliegende Feder F vermöge der Reibung, die durch einen auf die Feder aufgeklebten Streifen Schmiergelpapier gesichert ist, eine Drehung des Spiegels um seine Achse. Das Einfallslot gelangt in die Lage $S a_2$, sein Winkel mit der Fernrohrachse ist φ_2, und man erblickt am Fadenkreuze den Punkt b_2 der Teilung. Die Drehung des Spiegels um den Winkel $\varphi_1 - \varphi_2$ wird im Fernrohre als Unterschied der zwei Ablesungen b_1 und b_2 beobachtet.

Die erzielte Vergröfserung ist in folgender Weise zu berechnen:

Bedeutet d den Durchmesser des Röllchens, φ_1 und φ_2 die Winkel, welche die Rechtwinkelige zum Spiegel mit der Fernrohrachse vor und nach der Senkung einschliefsen, so ist die der Drehung $\varphi_1 - \varphi_2$ entsprechende Senkung der Feder f gleich $\frac{d}{2}$ arc $(\varphi_1 - \varphi_2)$.

Die Drehung des Spiegels wird im Fernrohre als das Mafs $b_1 b_2$ beobachtet. Nun ist

$$b_1 b_2 = a_1 b_1 - a_1 b_2 = E \,.\, \mathrm{tg}\, \varphi_1 - E \,.\, \mathrm{tg}\,(2\varphi_2 - \varphi_1),$$

und die Vergröfserung folgt aus dem Verhältnisse der beobachteten und der tatsächlich erfolgten Bewegung zu:

$$\frac{E \,.\, \mathrm{tg}\, \varphi_1 - E \,.\, \mathrm{tg}\,(2\varphi_2 - \varphi_1)}{\frac{d}{2} \,.\, \mathrm{arc}\,(\varphi_1 - \varphi_2)} = \frac{2E}{d} \,.\, \frac{\mathrm{tg}\, \varphi_1 - \mathrm{tg}\,(2\varphi_2 - \varphi_1)}{\mathrm{arc}\,(\varphi_1 - \varphi_2)}.$$

Für die sehr kleinen zu beobachtenden Formänderungen kann der Bogen statt der Tangente gesetzt werden:

$$\frac{\mathrm{tg}\, \varphi_1 - \mathrm{tg}\,(2\varphi_2 - \varphi_1)}{\mathrm{arc}\,(\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{\mathrm{arc}\, \varphi_1 - \mathrm{arc}\,(2\varphi_2 - \varphi_1)}{\mathrm{arc}\,(\varphi_1 - \varphi_2)} = 2.$$

Die Vergröfserung ergibt sich demnach zu $\frac{2E}{d} \,.\, 2 = \frac{4E}{d}$.

Wurde das Fernrohr beispielsweise in 2 m Entfernung vom Spiegel aufgestellt, und betrug der Röllchendurchmesser etwa 6,3 mm, so ergab sich die Vergröfserung zu $\frac{4 \times 2000}{6{,}3} = 1200$.

Da am Bilde des Mafsstabes 0,1 mm noch geschätzt werden

kann, beträgt die Genauigkeit dieser Messung etwa $\frac{1}{10000}$ mm.

Professor Föppl stellte diese Versuchsvorrichtung zur Vornahme von Beobachtungen zur Verfügung. Die ganze Einrichtung war im Hofe des mechanisch-technischen Laboratoriums der Münchener Hochschule aufgestellt, wo ich auch die anfänglichen Beobachtungen in der gegebenen Anordnung ohne jede Abänderung vornahm.

Diese Versuche führten zu denselben Ergebnissen, die Professor Föppl schon veröffentlicht hat. Wurde nämlich ein Gufsstück von 100 kg Gewicht in verschiedenen Entfernungen von dem beobachteten Holzpflock auf den Boden aufgesetzt und wieder weggenommen, so ergaben sich die elastischen Senkungen

Zusammenstellung III.

in einer Entfernung von	20	40	60	80 cm
zu	18,3	4,1	1,4	0,6 μ

worin $\mu = 0{,}001$ mm ist.

Die Senkungen nehmen also mit der Entfernung von der belasteten Stelle sehr rasch ab, man kann die wenigstens 1,5 m von der Last entfernten Pfähle, welche die Eisenschiene und Spiegelgeräte trugen, in der Tat als unbeweglich annehmen.

Aufserdem ergaben die Beobachtungen die bemerkenswerte Tatsache, dafs nach Regengüssen die elastischen Senkungen kleiner waren, als bei trockenem Boden.

Beobachtungen mit Gewichten von 25 kg und 50 kg liefsen erkennen, dafs die Senkungen angenähert gradlinig mit den Lasten zunehmen.

Eine etwas veränderte Vorrichtung gestattete, die Einsenkungen des Bodens unter dem Gewichte selbst zu beobachten. Dabei zeigte sich, dafs diese Senkungen rascher zuzunehmen scheinen, als der vermehrten Belastung entspricht.

Weitere zuverlässige Ergebnisse waren jedoch mit Rücksicht auf die örtlichen Verhältnisse nicht zu erzielen. Der Boden des Hofes war nämlich, wie sich erst nach Aufstellung der Vorrichtung ergab, wiederholt umgearbeitet und mit Rohrleitungen durchzogen, so dafs die erforderliche gleichartige Beschaffenheit des Bodens gestört war.

Die Beobachtungen wurden zudem durch die in der Nähe des Hofes verkehrenden Fuhrwerke sehr stark beeinträchtigt. Die durch die Fuhrwerke bewirkten starken Erschütterungen pflanzten sich nämlich bis zur Beobachtungsstelle fort und brachten dort eine schnell und zuweilen sehr heftig schwingende Bewegung hervor. Die Schwingungen, welche die Ablesungen ungemein erschwerten und ihre Genauigkeit stark beeinträchtigten, traten auch immer dann auf, wenn der Wind gegen die Beobachtungsvorrichtung wehte. Die Eisenschiene, welche das Spiegelgerät trug, war zwar ebenso, wie die eingerammten Pfähle, durch einen Windschirm geschützt; dagegen konnte der Wind von der vom Boden zum Spiegelgeräte geführten Stange nicht ganz abgehalten werden, so dafs jeder Windstofs eine geringe Verbiegung der Stange und damit eine Drehung des Spiegels bewirkte.

Da die Versuchseinrichtung nicht überdacht war, mufsten die Beobachtungen bei Regen unterbrochen werden. Das gleiche war der Fall, wenn die Sonne unmittelbar auf die Vorrichtung schien.

Das war besonders bei Untersuchung der elastischen Nachwirkung des Bodens unangenehm, wozu Beobachtungen von längerer Dauer nötig waren, die aber selten ohne eine der vorgenannten Störungen blieben.

Aus diesen Gründen wurde es nötig, die Versuche in einem abgeschlossenen Raum vorzunehmen und an einen Ort zu verlegen, wo der Boden noch unberührt, in seinem Gefüge gleichartig und den im Getriebe der Grofsstadt unvermeidlichen Erschütterungen nicht ausgesetzt ist.

III. Die neue Versuchsanordnung.

In Utting, einem stillen Dorfe am westlichen Ufer des Ammersees, fand ich einen für die Versuche gut geeigneten Ort. Der Boden besteht dort meist aus Kies- und Schotter-Bänken, welche auf tertiären Schichten, dem Flinz, ruhen. An den höheren Stellen liegt auf dem Kiese eine meist dünne Schicht Ackererde, an den tieferen Stellen finden sich unter dem Ackerboden oft starke Lagen von Seekreide, auch Alm- und Weifserde genannt.

Diese Seekreide, die in Moorgegenden häufig den Untergrund der Wiesen bildet, entsteht dadurch, dafs stark kalkhaltiges Wasser an diesen Stellen reichlich Kalk ausscheidet. Sie besteht daher im wesentlichen aus einem Kalksande, dessen Beschaffenheit derart ist, dafs er gerne als Putz- und Polier-Mittel verwendet wird.

Derart war auch der Untergrund der Wiese, auf der der Schuppen für die Versuchseinrichtung aufgestellt wurde.

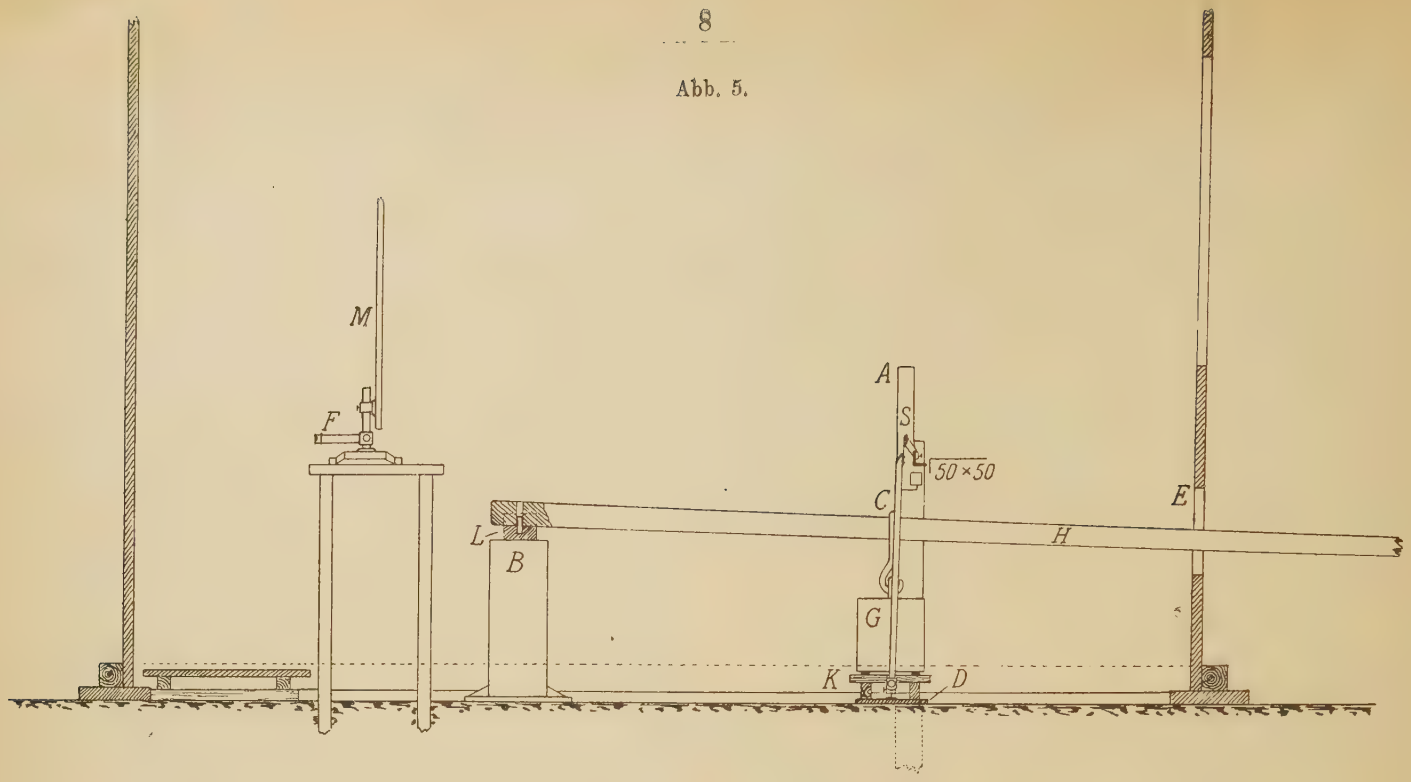
An der für die Beobachtungen ausgewählten Stelle war nach Abhebung des Rasens mit den Wurzeln die Mutterbodenschicht ungefähr noch 30 cm stark. In dieser Tiefe ging die Ackerkrume allmälig in die Seekreide über, die sich ungefähr bis in 1 m Tiefe erstreckte, wo sie dann reichlicher von Kies durchsetzt war, bis sie sich schliefslich ganz im Schotter verlor.

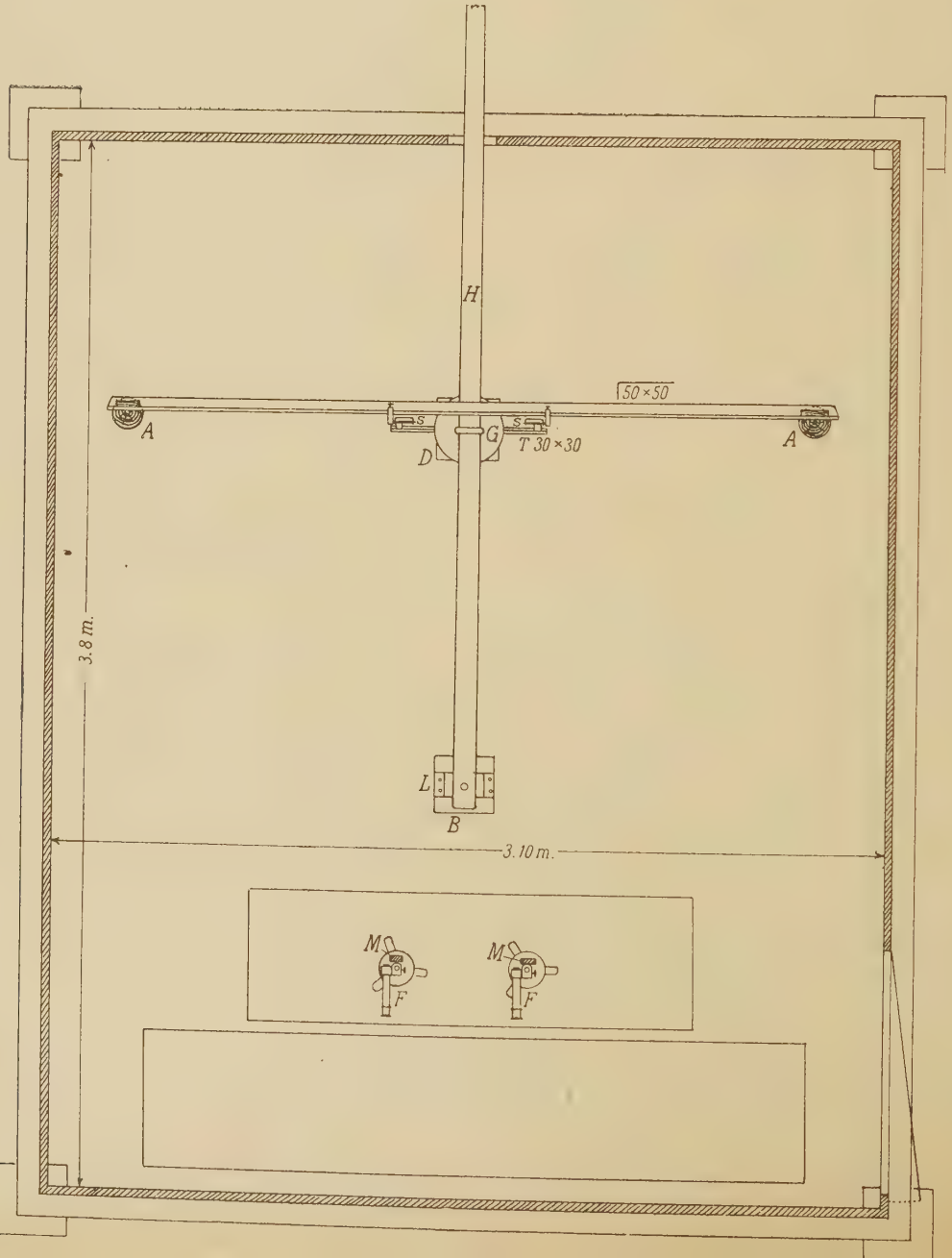
Nachdem der Boden im Innern des Schuppens lediglich durch Abtragen der Erhöhungen ohne Auffüllung von Vertiefungen geebnet war, so dafs die Grundfläche ganz aus gewachsenem Boden bestand, wurde die Versuchseinrichtung nach Textabb. 5 angeordnet.

A sind die in 2,7 m Abstand etwa 60 cm tief im Boden festgestampften Pfähle, die bei $3{,}8 \times 3{,}1$ m Schuppengröfse ziemlich nahe an die Längswände zu stehen kamen. Daher war zu befürchten, dafs sie bei starkem Winde kleine Senkungen erfahren hätten, wenn die Grundschwellen des Schuppens dort auf dem Boden aufgeruht und ihn entsprechend dem Winddrucke mehr oder weniger belastet hätten. Diese wurden deshalb an den vier Ecken auf starke Steinplatten so gelagert, dafs sie den Boden an keiner Stelle berührten. So wurde der Winddruck ausschliefslich an den Ecken auf den Boden übertragen, deren Entfernung von den Pfählen und der Beobachtungsstelle auch bei stärkstem Winde jede Einwirkung auf den Spiegel ausschlofs.

An den Pfählen AA war ein Winkeleisen 50×50 für die beiden, mit Klemmschrauben festgeklemmten Spiegelvorrichtungen S befestigt.

Abb. 5.





Zur Belastung des Bodens befand sich auf einem kräftigen Pfosten B ein hölzernes Lager L, in dem der Hebel H ruhte.

Der Hebel war etwa 5 m lang, so dafs die bei C aufgehängten, bis zu 0,25 t schweren Gewichte von einem Manne noch bequem gehoben und gesenkt werden konnten.

Die Hebel-Öffnung in der Wand bei E war durch Tücher verhängt, so dafs der Wind abgehalten, dem Hebel aber Spiel für die erforderlichen Bewegungen gegeben war.

An dem Haken bei C war das Gewicht G aufgehängt, dafs sich beim Niedergehen des Hebels auf den hölzernen Schemel K aufsetzte und dadurch eine eiserne Druckplatte D belastete, die auf dem Boden satt aufgelagert war. Auf die satte Lagerung der Platte wurde wegen der dadurch bedingten gleichmäfsigen Verteilung des Druckes auf den Boden die gröfste Sorgfalt verwendet. Die etwas mühsame Arbeit, den Boden solange abzurichten, bis die Platte an allen Punkten aufsitzt, machte sich durch die gute Übereinstimmung der Versuchsergebnisse bezahlt.

Zur Übertragung der Hebungen und Senkungen der Druckplatte auf den Spiegel war auf die Platte ein T-Eisen aufgeschraubt, auf dessen Steg zwei Klötzchen befestigt wurden, welche die beiden in die Höhe geführten Stäbe trugen. Die Stäbe waren an ihrem unteren Ende mit Pfanne und Stellschrauben auf den Klötzchen drehbar gelagert und ruhten an ihrem oberen Ende mit einer Stahlfeder auf dem Hartgummiröllchen des Spiegels.

Durch Verwendung zweier Spiegel wurde den Beobachtungsfehlern, die durch einseitige Senkungen der Druckplatte entstehen können, vorgebeugt, und stets das Mittel aus den Ablesungen an beiden Spiegeln als das Mafs der erfolgten Bewegung betrachtet.

Die Druckplatte erhielt im Laufe der Untersuchungen verschiedene Gestalt. Bei den ersten Versuchen wurde eine 10 mm starke, quadratische Platte verwendet, die bei 23 cm Kantenlänge 550 qcm Druckfläche hatte.

Um die Stöfse und Erschütterungen beim Aufsetzen der Gewichte auf den Schemel möglichst zu verringern, wurden auf dem letzteren mit gutem Erfolge Filzpolster befestigt.

Aufserdem war der Holzschemel so eingerichtet, dafs er die eiserne Druckplatte immer nur in drei Punkten belastete. Dadurch wurde bewirkt, dafs die Last bei den zahlreichen aufeinander folgenden Belastungen immer wieder in der gleichen Weise auf die Platte verteilt und auf den Erdboden übertragen wurde. Anscheinend hat auch diese Anordnung auf die gute Übereinstimmung der Versuchsergebnisse günstigen Einfluss ausgeübt.

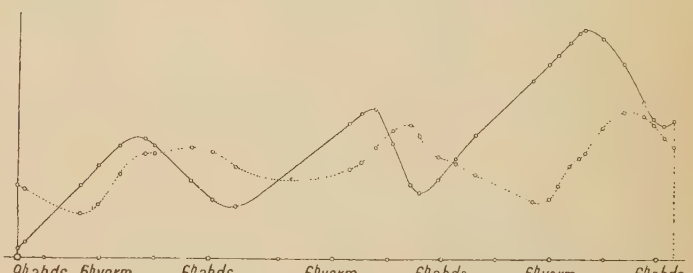
Obwohl die Beobachtungstelle etwa 50 m von der Fahrstrafse entfernt war, wurde durch die nicht zahlreichen vorbeifahrenden Fuhrwerke eine immerhin bemerkbare Störung der Beobachtungen verursacht. Die elastischen Schwingungen des Bodens pflanzten sich bis zur Beobachtungstelle fort und bewirkten hier noch deutlich wahrnehmbare Bewegungen der Spiege . Da die Übertragung der Bewegung vom Boden auf den Spiegel keine zwangläufige ist, sondern durch Reibung geschieht, so vermag der Spiegel, dessen Masse immerhin beträchtlich ist, den ungemein schnellen Schwingungen des Bodens nicht vollkommen zu folgen, daher tritt Gleiten des Röllchens auf der Stahlfeder ein.

Die grofse Genauigkeit der Messungen bedingte eine oft unangenehme Empfindlichkeit der Versuchsvorrichtung. So brachten die Schritte eines an dem Schuppen vorbeigehenden Menschen an der Beobachtungstelle deutlich wahrnehmbare Senkungen des Bodens hervor. Sogar die Züge der 1 km entfernten Eisenbahn erzeugten noch Schwingungen des Spiegels. Aber selbst bei völliger Ruhe waren noch Bewegungen des Spiegels wahrnehmbar, die durch Formänderungen des Mefsgerätes infolge von Wärmeschwankungen hervorgerufen wurden. Eine Ausdehnung der vom Boden zum Spiegel geführten Stange erschien als Hebung, eine Verkürzung als Senkung des Bodens.

Diese scheinbaren Bodenbewegungen machten sich insbesondere bei Dauerversuchen zur Feststellung der elastischen Nachwirkung bemerkbar und erreichten bei längerer Beobachtungsdauer eine Gröfse, welche den Betrag der elastischen Nachwirkung in der gleichen Zeit oft überstieg. Daher mufsten die scheinbaren Hebungen und Senkungen des unbelasteten Bodens festgestellt werden.

Das Ergebnis der Beobachtungen ist in Textabb. 6 dargestellt. Die gestrichelte Linie gibt den Verlauf der Wärmeänderungen, die ausgezogene die beobachteten Hebungen und Senkungen an. Die Beobachtungsdauer war etwa 70 Stunden, die Zeiten sind als Längen aufgetragen.

Abb. 6. Bewegungswellen der Mefsvorrichtung.



..... Wärme. Mafsstab der Höhen $1^0 = 0{,}8$ mm.
——— Senkungen und Hebungen. Mafsstab der Höhen 1 mm = 4 μ.

Man ersieht aus den Schaulinien deutlich, dafs einer Zunahme der Luftwärme eine scheinbare Senkung, der Abkühlung eine Hebung des Bodens entspricht. Dadurch, dafs sich die Wirkung der Wärmeänderung erst nach einiger Zeit bemerkbar macht, tritt eine gewisse Verschiebung der beiden Linien ein.

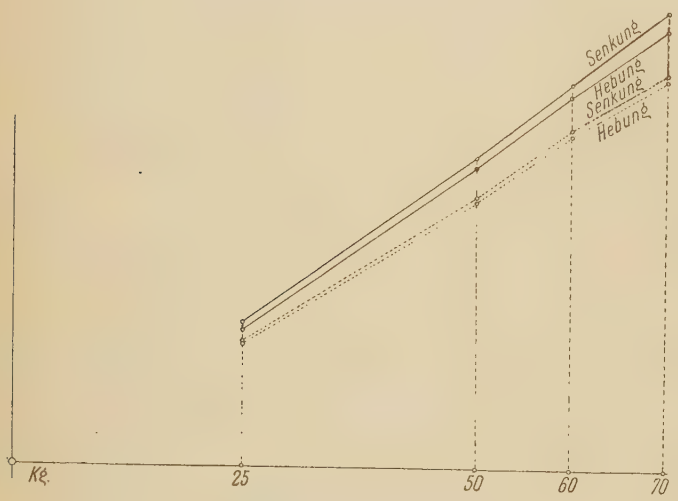
Obwohl nun Ursache und Wirkung im Verlaufe der Linien gut zu erkennen sind, ist ihre gegenseitige Abhängigkeit doch nicht derart, dafs aus der Beobachtung der Wärmeänderung allein auf die zahlenmäfsige Gröfse der durch sie bewirkten Hebung oder Senkung geschlossen werden könnte. Die wegen der Wärmeschwankungen nötige Berichtigung der Beobachtungen mufste daher in anderer Weise vorgenommen werden, und zwar für Beobachtungen von kurzer Dauer dadurch, dafs für Belastung und Entlastung gleiche Zeitdauer eingehalten wurde. Aus der beobachteten Senkung und Hebung wurden die Mittelwerte gebildet und als das Mafs der erfolgten Bewegung angesehen.

Beobachtungen von längerer Dauer wurden dagegen von vornherein nur in den Stunden vorgenommen, in welchen die durch Wärme bewirkte Veränderung nach Mafsgabe der Zeit erfolgte, der Verlauf die Linie in Textabb. 6 also nahezu geradlinig war. Das Mafs der Veränderung wurde dabei durch einige, dem eigentlichen Versuche vorausgehende Beobachtungen ermittelt und der nachträglichen Berichtigung der Versuchszahlen zu Grunde gelegt. Diese Zeit gradlinigen Verlaufes lag zwischen 9 Uhr abends und 9 Uhr vormittags, die Dauerbeobachtungen mufsten daher nachts vorgenommen werden.

IV. Vorversuche. Die elastische Nachwirkung.

Die ersten Versuche wurden mit einer quadratischen Platte von 10 mm Stärke und 550 qcm Druckfläche vorgenommen, die auf den sorgfältig geebneten Erdboden gelegt und mit Gewichten von 25 bis 70 kg belastet wurde. Die Ergebnisse dieser ersten Versuchsreihen sind in den Zusammenstellungen IV und V aufgeführt und in Textabb. 7 aufgezeichnet.

Abb. 7. Abhängigkeit der Formänderungen von den Lasten.



Quadratische Platte, 550 qcm.
——— Erster Versuch: Zusammenstellung IV.
·· Zweiter „ „ V.
Mafsstab der Längen: 1 mm = 0,8 kg.
„ „ Höhen: 1 mm = 3,2 μ.

Die durch die Belastung bewirkte Senkung des Bodens bedarf ebenso, wie die der Entlastung folgende Hebung zu ihrer Ausbildung einer gewissen Zeit. Diese Erscheinung der allmäligen Ausbildung und Rückbildung der Formänderung, die elastische Nachwirkung genannt wird, machte Zeitbeobachtungen erforderlich. Der Boden wurde wiederholt mit demselben Gewichte und zwar jedesmal 3,5 Minuten lang belastet, in derselben Zeit wurde entlastet. Die an den Spiegeln beobachteten Senkungen und Hebungen der Platte wurde in 0,001 mm = μ eingetragen. Während der 3,5 Minuten dauernden Belastungen und Entlastungen wurden Ablesungen nach 0,5 Minuten und dann viermal nach weiteren je 0,75 Minuten gemacht. Die Mittelwerte aus den nach einer halben Minute beobachteten Senkungen und Hebungen wurden in Textabb. 7 als Höhen, die zugehörigen Lasten als Längen aufgetragen.

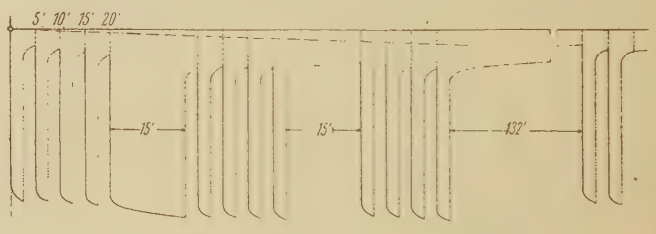
Die Formänderungen erscheinen so als Abhängige der Lasten. Die Hebungen bleiben hinter den Senkungen um so mehr zurück, je gröfser die Belastungen sind, die bleibende Verdrückung wächst also mit der Last. Ferner nehmen die Formänderungen innerhalb der Versuchsgrenzen rascher zu, als die Lasten, das Verhältnis ist aber bei der ersten Versuchsreihe ein anderes, als bei der zweiten, die 3,5 Stunden nach der ersten aufgenommen wurde. Dies ist auf den Umstand zurückzuführen, dafs sich die elastische Nachwirkung verschieden bemerkbar gemacht hat, da bei der ersten Versuchsreihe zuerst mit 70 kg belastet und dann bis 25 kg herabgegangen wurde, während bei der zweiten Reihe die Belastung von 25 kg bis 70 kg stieg.

Nähere Betrachtung der Zusammenstellungen IV und V zeigt aufserdem, dafs die Senkung innerhalb derselben Laststufe nach jeder Wiederholung der Belastung geringer wird, während dies bei den Hebungen nicht in gleichem Mafse der Fall ist. Zusammenstellung V läfst sogar durchweg eine Zunahme der Hebung erkennen. Dieser Versuch zeigt erst, dafs sowohl die Festigkeit des Bodens als auch seine Elastizität mit der Zahl der erfolgten Belastungen zunimmt. Diese Erscheinung ist teilweise auf die allmälige Verdichtung und erhöhte Festigkeit durch bleibende Formänderungen des Bodens, teilweise auf die elastische Nachwirkung des Bodens zurückzuführen.

Mit Rücksicht auf die späteren Untersuchungen war es daher nötig, die elastische Nachwirkung, insbesondere die Abhängigkeit des elastischen Verhaltens von den vorausgegangenen Belastungen, für den Erdboden vorher noch genauer festzustellen. Das geschah durch folgenden Versuch.

Eine kreisförmige Platte von 10 mm Stärke und 550 qcm Druckfläche wurde wiederholt mit demselben Gewichte von 70 kg belastet. Die Senkungen und Hebungen wurden 0,5, 1,25 und 2 Minuten nach erfolgter Belastung und Entlastung abgelesen. Das Ergebnis der Beobachtungen ist in Textabb. 8 veranschaulicht.

Abb. 8. Darstellung der Senkungen und Hebungen einer kreisrunden Platte, 550 qcm, bei einer Belastung von 70 kg.



——— Senkung. ····· Hebung.
Mafsstab der Längen: 2 mm = 3 Minuten.
„ „ Höhen: 1 mm = 6 μ.

Da die elastische Nachwirkung während längerer Beobachtungszeiten ermittelt werden sollte, waren vor dem Versuche die aus den Wärmeänderungen zu erwartenden Bewegungen des Spiegels festzustellen. Zu dem Zwecke wurde der Stand der Spiegel von 9 Uhr abends bis 3^{45} früh verfolgt, nachdem 48 Stunden lang keine Belastung erfolgt war, und daraus eine mittlere Hebung von 7,5 μ in der Stunde ermittelt. Dieses Mafs wurde als für den unmittelbar anschliefsenden Versuch mafsgebend angesehen. In dem Achsenkreuze (Textabb. 8), dessen Längen die Beobachtungszeiten und dessen Höhen die

Zusammenstellung IV.

Nr.	Belastung	Boden belastet: Senkung nach 1′/2	weitere Senkung nach 3′/4	3′/4	3′/4	3′/4	zusammen nach 3 1′/2	Boden entlastet: Hebung nach 1′/2	weitere Hebung nach 3′/4	3′/4	3′/4	3′/4	zusammen nach 3 1′/2
1	70 kg	197,4	5,8	3,4	3,0	1,8	211,4	187,8	4,8	2,3	1,8	0,8	197,4
2	„ „	192,6	6,8	4,0	2,1	2,2	207,7	185,4	5,1	2,0	1,7	1.3	195,5
3	„ „	192,1	5,2	2,7	2,2	1,0	203,2	184,8	4,1	2,2	1,0	0.8	192,9
4	„ „	188,9	5,0	3,0	2,4	1,6	200,9	182,8	5,2	2,9	1,5	0,9	193,3
	Im Mittel . .	192,7	5,7	3,3	2,4	1,6	205,8	185,2	4,8	2,3	1,5	0,9	194,8
5	60 kg	167.0	6,2	2,8	1,7	1.7	179,4	159,9	3,1	2,1	2,1	1,1	168,3
6	„ „	163.6	4,3	1,8	2,8	1,8	174,3	158,6	4,6	1,8	1,0	1,1	167,1
7	„ „	160,7	4,0	3,2	1,6	0,6	170,1	157,2	4,1	1,8	1,2	0,9	165,2
8	„ „	160,8	3,8	2,5	1,5	1,6	170,2	156,2	4,5	1,7	1,8	0,8	165,0
	Im Mittel . .	163,0	4,6	2,6	1,9	1,4	173,5	158,0	4,1	1,9	1,3	1,0	166,4
9	50 kg	136,0	4,0	2,9	1,9	1,3	146,1	130,1	3,2	1,8	1,0	0,7	136,8
10	„ „	133,1	3,5	2,2	1,6	1,2	141,6	129,2	3,5	1,4	1.0	1,0	136,1
11	„ „	131,8	3,0	2,2	1,0	1,2	139,2	127,2	4,1	1,8	1,0	0,8	134,9
12	„ „	130,1	3,6	2,4	1,6	1,1	138,8	126,6	3.4	2,1	1,2	0,4	133,7
13	„ „	129,9	3,4	2,3	1,7	1,3	138,6	125,0	3,5	1,9	1,3	0,6	132,3
	Im Mittel . .	132,2	3,5	2,4	1,6	1,2	140,9	127,6	3,5	1,8	1,1	0,7	134.8
14	25 kg	63,0	2,2	1,8	1,1	1,4	69,5	60,2	1,4	0,8	0,5	0,5	63,4
15	„ „	61,8	2,4	1,7	1,5	1,0	68,4	58,8	2,1	0,8	0,6	0,2	62,5
16	„ „	60,0	2,0	1,3	1,4	1,2	65,9	58,1	2,2	0,5	0,5	0,3	61,6
17	„ „	59,5	2,2	1,6	1,0	1,1	65,5	56,8	2,5	1,5	0,5	0,2	61,5
18	„ „	59,4	1,9	1,5	0,9	1,0	64,7	57,4	1,8	0,3	0,7	0,2	60,4
	Im Mittel . .	60,8	2,1	1,6	1,2	1,1	66,8	58,3	2,0	0,8	0,5	0,3	61,9

Zusammenstellung V.

Nr.	Belastung	Boden belastet: Senkung nach 1′/2	weitere Senkung nach 3′/4	3′/4	3′/4	3′/4	zusammen nach 3 1′/2	Boden entlastet: Hebung nach 1′/2	weitere Hebung nach 3′/4	3′/4	3′/4	3′/4	zusammen nach 3 1′/2
1	25 kg	57,4	2,6	1,9	1,1	0,8	63,8	49,8	2,0	0,9	0.5	0,5	53,7
2	„ „	52,4	1,9	1,1	0,7	0,8	56,9	53 0	1,2	0,9	0,6	0,7	56,4
3	„ „	51,4	1,9	0,8	0,6	0,7	55 4	52,6	1,4	1,0	0,6	0,5	56,1
4	„ „	51,8	1,8	1,1	0,5	0,6	55,8	51,8	2,0	0,9	1,0	0,8	56,5
	Im Mittel . .	53,2	2,1	1,2	0,7	0,7	58,0	51,8	1,7	0,9	0,7	0,6	55,7
5	50 kg	114,2	5,4	3,0	1,8	1,3	125,7	112,1	4,2	1,8	1,1	0,7	119,9
6	„ „	114,2	3,8	1,7	1,5	0,6	121,8	113,5	3,3	1,8	1,2	1,1	120,9
7	„ „	113,8	3,1	1,7	1,0	1,0	120,6	114,5	3,1	2,0	1,6	0,2	121,4
8	„ „	115,0	2,7	2,0	1,1	0,9	121,7	113,6	3,3	1,7	1,0	1,0	120,6
	Im Mittel . .	114,3	3,7	2,1	1,4	0,9	122,4	113,4	3,5	1,8	1,2	0,7	120,7
9	60 kg	144,9	4,2	2,4	1,8	1,2	154,5	141,6	4,3	1,9	1,4	1,0	150,2
10	„ „	144,8	3,3	2,2	1,2	1,6	153,1	141,8	4,3	2,1	1,4	0,9	150,5
11	„ „	142,1	3,8	1,8	1,4	1,3	150,4	140,7	4,0	2,2	1,2	0,9	149,0
12	„ „	143,7	3,0	1.4	1,3	1,0	150,4	141,0	4.4	2,0	1,3	1,4	150,1
	Im Mittel . .	143,9	3,6	1,9	1,4	1,3	152,1	141,3	4,3	2,1	1,3	1,0	150,0
13	70 kg	165,9	5,0	3,2	2,2	1,6	177,9	163,6	3,4	2,2	1,3	1,3	171,8
14	„ „	165,3	4,1	2,5	1,4	1,4	174,7	163,4	4,5	2,3	2,0	1,0	173,2
15	„ „	165.6	3,9	2,0	1,5	1,4	174,4	163,9	4,1	2,5	1,8	1,0	173,3
16	„ „	164,9	3,8	2,4	1,4	1,4	173,9	163,2	4,5	2,4	1,7	1,3	173,1
	Im Mittel . .	165,4	4 2	2,5	1,6	1,4	175,2	163,5	4,1	2,2	1,7	1,1	172,8

beobachteten Formänderungen darstellen, sind die Wärmebewegungen durch eine Linie angegeben, von der aus als Längenachse die beobachteten Senkungen und Hebungen aufgetragen sind. Die Höhen der tatsächlich erfolgten Senkungen und Hebungen sind von der ausgezogenen Längenachse auszunehmen.

Man erkennt aus der erhaltenen Schaulinie folgendes. Die erste Belastung ruft eine erheblich gröfsere Senkung hervor, als alle nachfolgenden. Die ihr folgende Hebung bleibt dagegen so beträchtlich hinter dieser Senkung zurück, dafs augenscheinlich die gröfste bleibende Verdrückung durch die erste Belastung hervorgerufen wird. Bei jeder folgenden Belastung erfährt der Boden wieder eine bleibende Verdrückung. Die elastischen Verdrückungen werden aber geringer, die Festigkeit des Bodens nimmt mit jeder neuen Belastung zu.

Die fünfte Belastung, die 15 Minuten statt 2,5 dauerte, brachte eine gröfsere bleibende Senkung hervor, die teilweise bei der folgenden Entlastung wieder verschwand, sich teilweise auch in kleineren bleibenden Senkungen bei den folgenden Belastungen bemerkbar machte. Die Wirkung der länger dauernden Belastung macht sich aufserdem noch dadurch geltend, dafs die elastischen Formänderungen der drei folgenden Belastungen nicht mehr in gleichem Mafse geringer werden, die Festigkeit des Bodens also langsamer zunimmt.

Der achten Belastung folgte eine Entlastung von gleichfalls 15 Minuten Dauer. Diese brachte einen Teil der bislang erfolgten bleibenden Verdrückungen wieder zum Verschwinden und bewirkte aufserdem, dafs sich die elastischen Formänderungen für die folgenden Belastungen wieder um das anfängliche Mafs bei jeder Belastung verminderten.

Die nun folgende, zweistündige Entlastung veranlafste eine fortdauernde Hebung des Bodens, welche die zuvor erfolgten, scheinbar bleibenden Senkungen zum grofsen Teile wieder verschwinden liefs. Eine nach dieser längern Entlastung vorgenommene neue Belastungsreihe liefs wieder eine gröfsere Senkung nach der ersten Belastung, also dieselbe Erscheinung, wie zu Beginn des Versuchs, erkennen.

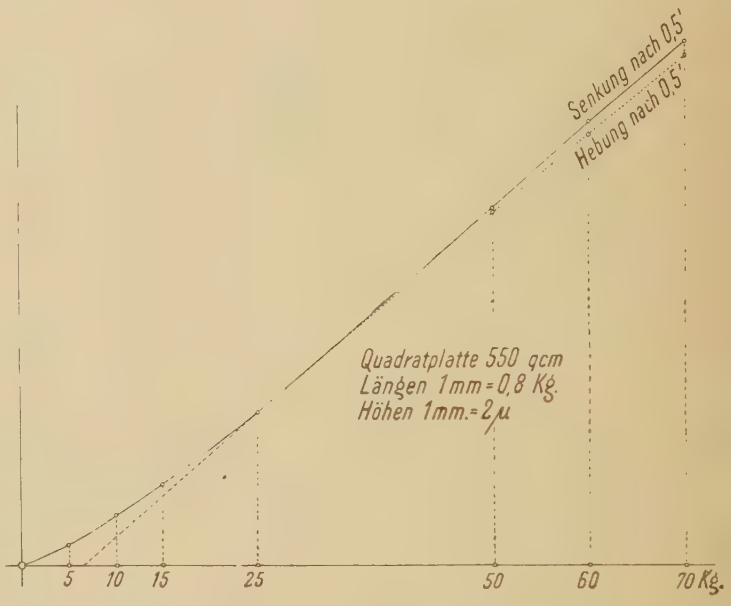
Das Eintreten einer verhältnismäfsig grofsen, erstmaligen Senkung konnte man auch sonst immer bei dem Wechsel einer Belastungstufe beobachten. Da die Aufbringung einer veränderten Last aber immer nur kurze Zeit dauerte, der Boden also nicht lange genug entlastet blieb, um die vermehrte Senkung durch die elastische Nachwirkung erklären zu können, mufs die Ursache in einem andern Umstande gesucht werden. Die Ursache dieser Erscheinung liegt wahrscheinlich darin, dafs ein Lastwechsel eine neue Spannungsverteilung im Boden bedingt und Teile davon zum Mittragen bringt, die vorher wenig oder noch nicht belastet waren, infolgedessen auch eine gröfsere erstmalige Verdrückung erfahren.

V. Die Abhängigkeit der Formänderungen von den Lasten.

Im Abschnitte IV wurde gezeigt, welchen Einfluſs die elastische Nachwirkung bei wiederholten Belastungen auf die Beobachtungsergebnisse ausübt. Mit Rücksicht auf diesen Umstand wurde den Versuchen zur Feststellung der Abhängigkeit der Formänderungen von den Lasten und der Verläfslichkeit der grundlegend gewordenen Annahme Winkler's folgende Anordnung gegeben.

Unter genauer Einhaltung gleicher Zeiten für jede Belastung und Entlastung wurde eine Reihe von Beobachtungen derart durchgeführt, dafs die Belastung für jede Laststufe viermal wiederholt und die Belastung selbst von 70 kg allmälig bis 5 kg herabgemindert wurde. Im unmittelbaren Anschlusse hieran wurde eine zweite Beobachtungsreihe in derselben Weise, jedoch in umgekehrter Reihenfolge von 5 kg aufwärts bis 70 kg, ausgeführt. Die Zusammenstellungen VI und VII enthalten die Ergebnisse zweier solcher Versuchsreihen mit der quadratischen Platte von 550 qcm Druckfläche. Die Mittelwerte aus den Senkungen und aus den Hebungen nach einer halben Minute wurden diesen Zusammenstellungen entnommen und als Höhen mit den Laststufen als Längen aufgetragen (Textabb. 9).

Abb. 9.



Die Annahme eines geradlinigen Gesetzes für die Abhängigkeit der Senkungen und Hebungen von den Lasten wird hiernach nicht bestätigt, vielmehr ist das Gesetz der Zunahme der Formänderungen mit den Lasten durch eine Gleichung der Form

Gl. 5) . . . . $y^{cm} = a\,(p^{kg/qcm})^m$

auszudrücken, in der y die lotrechte Bewegung der Druckplatte, p den Druck auf die Flächeneinheit, m und a aus dem Versuche abzuleitende Festwerte angeben, die zur Erzielung guten Ausgleiches wie folgt berechnet werden.

Gemäfs der Bedingung, dafs die Summe der Quadrate der Beobachtungsfehler eine kleinste werden mufs, besteht die Beziehung:

Gl. 6) . . . $$\frac{\Sigma y \cdot p^m \cdot \Sigma p^{2m} \cdot \lg p}{\Sigma p^{2m} \cdot \Sigma y \cdot p^m \lg p} = 1.$$

Daraus läfst sich durch einige Versuchsrechnungen und Auftragung m bestimmen, indem man für verschiedene Werte von m mit den beobachteten y und den zugehörigen p die vier Summenausdrücke bildet. Aus dem gefundenen Werte von m folgt dann

Gl. 7) . . . . . $$a = \frac{\Sigma y \cdot p^m}{\Sigma p^{2m}}.$$

Zusammenstellung VI.

Quadratische Platte 550 qcm.

Nr.	Belastung	Boden belastet: Senkung nach 0,5′	weitere Senkung nach 0,75′	weitere Senkung nach 0,75′	weitere Senkung nach 1′	Boden entlastet: Hebung nach 0,5′	weitere Hebung nach 0,75′	weitere Hebung nach 0,75′	weitere Hebung nach 1′
1	70 kg	150,4	6,6	4,0	4,2	137,5	3,3	1,1	1,3
2	„ „	136,8	2,4	—	1,4	135,0	3,3	1,8	1,2
3	„ „	137,3	4,6	2,7	3,0	134,6	3,6	1,8	1.8
4	„ „	135,9	4,4	2,1	2.4	132,9	4,2	1,6	1,0
	Im Mittel . .	140,1	4,5	2,9	2,7	135,0	3,6	1,6	1,3
5	60 kg	121,2	3,1	1,9	1,7	114,6	3,6	2,4	0,8
6	„ „	116,2	3,8	1,5	1,3	114,0	3,2	1,4	1,3
7	„ „	115,9	2,8	1,9	1,0	112,3	3,8	1,6	1,7
8	„ „	115,1	2,8	1,5	1,3	113,0	3,4	2,2	1,3
	Im Mittel . .	117,1	3,1	1,7	1,3	113,5	3,5	1,9	1,3
9	50 kg	96,3	3,5	1,7	1,4	93,7	3,4	1,3	1,4
10	„ „	93,9	2,6	1,1	1,2	92.6	3,0	1,7	1,0
11	„ „	93,7	2,4	1.4	0,6	92,9	3,3	2,0	1,0
12	„ „	93,5	2,6	1,1	0,6	92,9	3,0	1,6	1,0
	Im Mittel . .	94,3	2,8	1,3	0,9	92,9	3,2	1,6	1,1
13	25 kg	45,2	2,0	1,1	0,7	40,7	2,0	0,9	1,2
14	„ „	44,3	1,7	1,0	0,7	44,1	1,8	1,0	0.5
15	„ „	44,2	1,4	0,8	0,4	44.2	1,5	1,1	0,5
16	„ „	43,0	1,7	0,7	0,7	43,8	1,8	1,0	1,0
17	„ „	43,4	1,0	1,0	0,4	43,5	1,5	1,0	0,6
	Im Mittel . .	44,0	1,6	0,9	0,6	43,3	1,7	1,0	0,8
18	15 kg	21,9	0,9	0,2	—	21,9	1,0	0,3	—
19	„ „	19,8	0,6	0,3	—	21,8	0,9	0,4	—
	Im Mittel . .	20,9	0,7	0,2	—	21,8	0,9	0,3	—
20	10 kg	13,7	0,2	0	—	13,7	0,6	0,3	—
21	„ „	13,0	0,2	0,1	—	13,1	0,5	0,5	—
	Im Mittel . .	13,4	0,2	0,1	—	13,4	0,6	0,4	—
22	5 kg	5,2	0,1	0	—	5,5	0,2	0	—
23	„ „	4,9	0,2	0	—	5,4	0,4	0	—
	Im Mittel . .	5,1	0,2	0	—	5,5	0,3	0	—

Zusammenstellung VII.

Quadratische Platte 550 qcm.

Nr.	Belastung	Boden belastet: Senkung nach 0,5′	weitere Senkung nach 0,75′	weitere Senkung nach 0,75′	weitere Senkung nach 1′	Boden entlastet: Hebung nach 0,5′	weitere Hebung nach 0,75′	weitere Hebung nach 0,75′	weitere Hebung nach 1′
24	5 kg	5,4	0,2	0	—	5,8	0,2	0	—
25	„ „	5,4	0,2	0	—	5,8	0,6	0	—
	Im Mittel . .	5,4	0,2	0	—	5.8	0,4	0	—
26	10 kg	12,8	0,6	0	—	13,4	0,1	0	—
27	„ „	13,0	0,2	0	—	13,0	0,3	0	—
	Im Mittel . .	12,9	0,4	0	—	13,2	0,2	0	—
28	15 kg	20,9	0,9	0	—	20,6	0.8	0	—
29	„ „	20,6	0,8	0	—	21,0	0,6	0	—
	Im Mittel . .	20,8	0,8	0	—	20,8	0,7	0	—
30	25 kg	41,5	1,8	0.9	1,2	41,4	—	0,9	0,2
31	„ „	40,8	1,5	0,9	0,5	40,9	1,4	1,0	0,6
32	„ „	40,0	1,1	0,9	0,3	40,8	1,5	1.0	0,8
33	„ „	40,1	1,1	0,7	—	41,8	1,5	0,9	0,9
	Im Mittel . .	40,6	1,4	0,8	0,7	41,2	1,5	0,9	0,6
34	50 kg	96.6	3.0	1.6	1,5	96,9	2,5	1,5	1,2
35	„ „	93,8	2,2	1,3	1,3	93,5	2,8	1,3	1,4
36	„ „	94,2	2,2	1,0	1,0	93,9	2,6	1,4	1,4
37	„ „	93,8	2,3	1,1	0,8	93,7	3,0	1,9	1,4
	Im Mittel . .	94,6	2,4	1,2	1,1	94,5	2,7	1,5	1,3
38	60 kg	117.3	3,6	1,4	1,8	113.4	3,6	1,5	1,3
39	„ „	114,6	3,2	1,4	1,1	114,6	3,3	1,6	1,5
40	„ „	115,1	2,6	1,3	1,3	114,2	3,2	1,7	1,8
41	„ „	115,2	3,2	1,1	1,1	114,1	3,4	1,8	1,8
	Im Mittel . .	115,5	3,1	1,3	1,3	114,1	3,4	1,6	1,6
42	70 kg	136,6	4,3	2,2	1,9	134.6	3,0	2,2	—
43	„ „	136,2	3,4	1,8	1,6	135.0	3,4	1,7	1,7
44	„ „	135,4	3,0	1.6	1,8	134,2	4,1	1,9	1,7
45	„ „	136,7	2,9	2,0	1,3	134.7	4,2	2,2	1,6
	Im Mittel . .	136,2	3,4	1,9	1,6	134,6	3,7	2,0	1,6

So wurde für die Versuchsreihe der Zusammenstellungen VI und VII für die Mittelwerte aus Senkung und Hebung

$$m = 1{,}174; \quad \alpha = 0{,}1548$$

gefunden, das Gesetz lautet also:

Gl. 8) . . . . $y = 0{,}1548 \cdot p^{1{,}174}$.

Zusammenstellung VIII enthält neben den Versuchsmittelwerten die nach dieser Gleichung gerechneten Formänderungen.

Zusammenstellung VIII.

Belastung in kg	5	10	15	25	50	60	70
Belastung in kg/qcm	0,0091	0,0182	0,0273	0,0455	0,0910	0,1092	0,1274
Beobachtete Formänderung in μ . .	5,5	13,2	21,1	42,3	94,1	115,1	136,5
Berechnete Formänderung in μ . .	6,2	14,0	22,5	41,1	92,7	114,9	137,6

Die Übereinstimmung befriedigt.

Zusammenstellung IX.

Kreisrunde Platte 550 qcm.

Nr.	Belastung	Boden belastet: Senkung nach 0,5′	weitere Senkung nach 0,75′	weitere Senkung nach 0,75′	Boden entlastet: Hebung nach 0,5′	weitere Hebung nach 0,75′	weitere Hebung nach 0,75′
1	70 kg	145,8	5,5	3,0	130,2	2,8	1.4
2	„ „	135,1	4,1	1,7	126,2	3,7	1,2
3	„ „	129,5	3,1	2,2	125,4	3,4	1,8
4	„ „	127,7	2,9	1,8	124,0	4.0	1,8
	Im Mittel . .	134,5	3,9	2,2	126,5	3,5	1,5
5	60 kg	115,0	3,1	1,2	107,9	3,5	1,6
6	„ „	110,1	2,6	1,3	107,8	3,4	1,2
7	„ „	109,1	2,4	1,2	107,0	3,3	1,6
8	„ „	108,6	2,2	1,2	106,5	3,4	1,4
	Im Mittel . .	110,7	2,6	1,2	107,3	3,4	1,5
9	50 kg	93,9	2,6	1,4	89,2	3,4	1,5
10	„ „	90,6	2,2	1,0	88,6	2,8	1,6
11	„ „	89,3	2,1	0,9	88,2	2,9	1,0
12	„ „	88,8	1,8	1,0	87,8	2,8	1,2
	Im Mittel . .	90,6	2,2	1,1	88,5	3,0	1,3
13	25 kg	42,2	1,8	0,8	42,1	1,3	1,0
14	„ „ . . .	42,2	1,0	1 0	41,8	1,6	1,8
15	„ „	42,1	1,5	0,6	41,0	1,0	0,9
16	„ „	39,9	1,1	1,0	39,9	1,6	1,0
	Im Mittel . .	41,6	1,4	0,9	41,2	1,4	1,2
17	15 kg	25,3	0,8	0,3	22,2	0,8	0,8
18	„ „	22,3	0,5	0,2	22,1	1,0	0,4
	Im Mittel . .	23,9	0,7	0,3	22,1	0,9	0,6
19	10 kg	12,9	1,0	0,3	14,0	0,4	0,3
20	„ „	12,5	0,5	0,2	13.4	0,6	0,2
	Im Mittel . .	12,7	0,8	0,3	13,7	0,5	0,2
21	5 kg	4,9	0,1	0	5 2	0,6	0,3
22	„ „	4,6	0,2	0,2	5,4	0,2	0,1
	Im Mittel . .	4,8	0,2	0,1	5,3	0,4	0,2

Zusammenstellung X.

Kreisrunde Platte 550 qcm.

Nr.	Belastung	Boden belastet: Senkung nach 0,5′	weitere Senkung nach 0,75′	weitere Senkung nach 0.75′	Boden entlastet: Hebung nach 0,5′	weitere Hebung nach 0,75′	weitere Hebung nach 0,75′
23	5 kg	4,3	0,3	0	5,3	0,6	0,2
24	„ „	4,6	0,1	0	5,0	0,3	0,2
	Im Mittel . .	4,4	0,2	0	5,2	0.5	0,2
25	10 kg	12,3	0,2	0,2	12,2	0,5	0,2
26	„ „	11,8	0,2	0,2	12,6	0,6	0,5
	Im Mittel . .	12,1	0,2	0,1	12,4	0,5	0,3
27	15 kg	20,6	0,7	0,3	20,2	0,6	0,5
28	„ „	20,9	0,2	0,2	20,9	0,7	0,7
	Im Mittel . .	20,8	0,5	0,3	20,5	0,6	0,6
29	25 kg	38,4	1,3	1,0	38,0	1,3	0,6
30	„ „	38,2	1,4	0,7	38,3	1,4	0,6
31	„ „	37,8	1,4	0,6	38,5	1,3	0,4
32	„ „	38,1	1.1	0,4	38,3	1,5	0,4
	Im Mittel . .	38,1	1,3	0,7	38,3	1,4	0,5
33	50 kg	83,1	3,1	1,4	82,3	2,3	0,9
34	„ „	83,5	2,2	1,1	83,0	2,5	1,1
35	„ „	83,1	2,2	1,2	82,9	2,6	1,0
36	„ „	83,3	2,6	0,5	82,8	2,5	2,2
	Im Mittel . .	83,2	2,5	1,0	82,8	2,5	1,3
37	60 kg	103,6	2,7	1,8	99,8	3,4	1,0
38	„ „	100,9	2,7	1,3	99.2	3,4	1,1
39	„ „	101,1	2,5	1,0	99,8	3,0	1,2
40	„ „	100,6	2.2	1,4	99,0	2,8	1,1
	Im Mittel . .	101,5	2,5	1,4	99,5	3,1	1,1
41	70 kg	118,5	3,4	2,4	114,3	3,1	1,2
42	„ „	116,4	3,0	1,6	114,7	3,7	1,5
43	„ „	116,5	2,9	1,8	115,1	3,5	1,5
44	„ „	117,6	2.9	1,0	115,5	3,3	1,6
	Im Mittel . .	117,2	3,1	1,7	114,9	3,4	1,4

Die Zusammenstellungen IX und X enthalten die Ergebnisse der mit einer kreisrunden Platte von 550 qcm Druckfläche aufgenommenen Beobachtungsreihe, die ebenso durchgeführt wurde, wie die mit der quadratischen Platte.

Textabb. 10 stellt wieder die Abhängigkeit der Formänderungen von den Lasten dar. Die oben angegebene Ausgleichung liefert

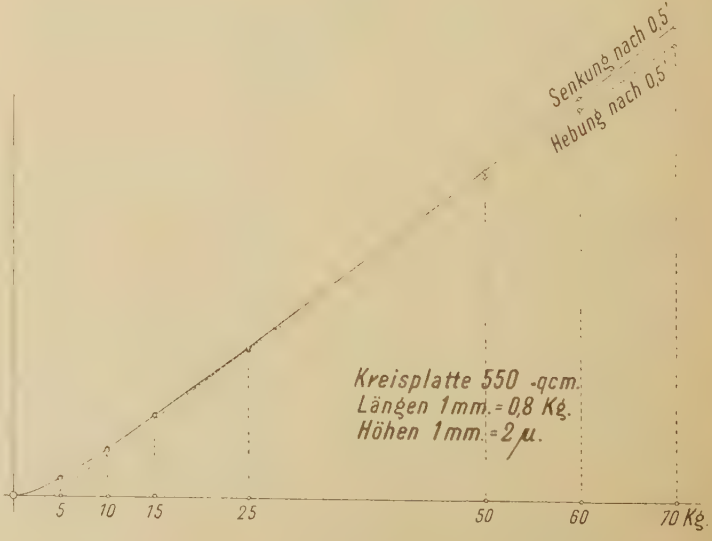
$$m = 1{,}122 \text{ und } a = 0{,}1254,$$

der Zusammenhang zwischen den Belastungen und den beobachteten Formänderungen des Erdbodens ist also gegeben durch

Gl. 9) . . . . $y = 0{,}1254 \cdot p^{1{,}122}$.

Werden nach Gl. 9) die Formänderungen für die verschiedenen Laststufen des Versuches gerechnet, so ergeben sich die Werte, welche in Zusammenstellung XI neben den beobachteten angegeben sind.

Abb. 10.



Zusammenstellung XI.

Belastung in kg	5	10	15	25	50	60	70
Belastung in kg/qcm	0,0091	0,0182	0,0273	0,0455	0,0910	0,1092	0,1274
Beobachtete Formänderung in μ . .	4,9	12,8	21,8	39,8	86,3	104,7	123,3
Berechnete Formänderung in μ . .	6,4	13,9	22,0	39,1	85,2	104,5	124,2

Die Übereinstimmung befriedigt auch hier.

Die Druckplatte, mit der die in den Zusammenstellungen XII und XIII verzeichneten Beobachtungen gemacht wurden, war wieder von quadratischer Form, hatte aber nur die halbe Kantenlänge der zuerst verwendeten quadratischen Platte, der mit derselben Höchstbelastung von 70 kg erzielte gröfste Druck auf die Flächeneinheit war also viermal so grofs wie bisher. Die mit diesen Belastungen bewirkten elastischen und bleibenden Formänderungen waren daher entsprechend gröfser.

Zusammenstellung XII.

Quadratische Platte 137,5 qcm.

Nr.	Belastung	Boden belastet: Senkung nach 0,5′	weitere Senkung nach 0,75′	weitere Senkung nach 0,75′	Boden entlastet: Hebung nach 0,5′	weitere Hebung nach 0,75′	weitere Hebung nach 0,75′
1	5 kg	12,4	1,1	—	12,3	0,6	—
2	„ „	13,4	—	—	13,0	—	—
3	„ „	12,0	—	—	12,0	—	—
4	„ „	12,6	—	—	12,7	—	—
	Im Mittel . .	12,6	1,1	—	12,5	0,6	—
5	15 kg	46,6	2,0	1,4	44,3	1,4	0,5
6	„ „	44,8	1,3	0,7	44,0	1,1	0,9
7	„ „	44,0	1,5	0,4	44,2	1,5	0,6
8	„ „	46,1	1,2	0,9	45,9	1,2	0,6
	Im Mittel . .	45,4	1,5	0,8	44,6	1,3	0,6
9	25 kg	76,8	3,0	2,6	74,8	2,6	0,8
10	„ „	76,0	2,2	1,3	74,3	2,2	1,1
11	„ „	75,6	1,9	1,2	74,6	2,0	1,0
12	„ „	75,0	2,2	1,0	74,2	2,3	1,0
	Im Mittel . .	75,8	2,3	1,5	74,5	2,3	1,0
13	50 kg	170,9	7,4	3,5	163,0	4,0	2,2
14	„ „	168,5	5,5	3,0	163,7	4,7	1,7
15	„ „	165,0	5,4	2,1	162,4	4,6	1,8
16	„ „	164,4	4,1	2,4	160,9	4,9	1,9
	Im Mittel . .	167,2	5,6	2,7	162,5	4,6	1,9
17	60 kg	202,7	7,3	4,3	196,7	5,4	2,6
18	„ „	202,6	5,6	3,2	197,6	5,6	3,2
19	„ „	201,5	5,4	3,0	197,9	5,2	2,7
20	„ „	202,0	4,6	2,2	197,4	5,4	3,2
	Im Mittel . .	202,2	5,7	3,2	197,4	5,4	2,9
21	70 kg	240,4	7,9	5,2	231,8	6,7	2,3
22	„ „	244,8	7,8	4,7	239,2	5,3	3,4
23	„ „	241,4	5,8	3,7	234,0	7,4	3,7
	Im Mittel . .	242,2	7,2	4,5	235,0	6,5	3,1

Zusammenstellung XIII.

Quadratische Platte 137,5 qcm.

Nr.	Belastung	Boden belastet: Senkung nach 0,5′	weitere Senkung nach 0,75′	weitere Senkung nach 0,75′	Boden entlastet: Hebung nach 0,5′	weitere Hebung nach 0,75′	weitere Hebung nach 0,75′
24	70 kg	240,7	5,8	3,8	234,4	7,4	3,6
25	„ „	241,0	5,8	2,8	234,5	6,4	3,4
26	„ „	238,7	5,2	3,5	234,7	6,6	3,1
	Im Mittel . .	240,1	5,6	3,4	234,5	6,8	3,4
27	60 kg	217,6	4,9	2,6	207,8	6,4	2,4
28	„ „	210,1	3,8	2,6	206,6	6,0	3,1
29	„ „	210,2	3,7	2,6	205,4	6,4	2,6
30	„ „	209,1	3,9	2,7	205,0	6,0	2,5
	Im Mittel . .	211,8	4,1	2,6	206,2	6,2	2,6
31	50 kg	177,8	4,2	1,9	171,4	5,9	2,0
32	„ „	174,0	3,3	1,9	169,4	4,2	2,5
33	„ „	172,2	5,7	1,5	169,0	4,7	3,3
34	„ „	171,7	4,5	1,8	169,2	5,1	3,4
	Im Mittel . .	173,9	4,4	1,8	169,8	5,0	2,8
35	25 kg	87,0	2,7	1,6	84,6	3,0	1,3
36	„ „	83,4	3,0	1,1	82,2	3,8	1,1
37	„ „	81,5	2,4	1,3	82,0	2,7	1,5
38	„ „	81,5	2,4	0,8	81,0	3,2	1,0
	Im Mittel . .	83,4	2,6	1,2	82,4	3,2	1,2
39	15 kg	48,3	1,8	0,6	48,0	1,7	1,2
40	„ „	47,0	1,4	1,2	47,9	2,0	1,3
41	„ „	46,2	1,6	1,3	46,2	2,6	0,3
42	„ „	46,2	1,9	0,5	47,0	1,5	1,1
	Im Mittel . .	46,9	1,7	0,9	47,3	2,0	1,0
43	5 kg	13,6	—	—	15,0	—	—
44	„ „	14,9	—	—	15,1	—	—
45	„ „	13,6	—	—	13,6	—	—
46	„ „	13,4	—	—	13,8	—	—
	Im Mittel . .	13,9	—	—	14,4	—	—

Die Zusammenstellungen XII und XIII bringen den Einfluss der elastischen Nachwirkung nochmals deutlich zum Ausdrucke. Hier ist nämlich die Reihenfolge der Belastungen eine andere, als bei den Versuchen der Zusammenstellungen VI, VII, IX und X. Dort war die Reihenfolge 70, 60, 50 . . . . 50, 60, 70 kg, und die Formänderungen wurden am Ende des Versuches für ein und dieselbe Laststufe erheblich kleiner gefunden, als zu Beginn. Bei den Versuchen der Zusammenstel-

lungen XII und XIII war die Reihenfolge der Belastungen 5, 15, 25, 50 . . . . 50, 25, 15, 5 kg, und nun waren die beobachteten Formänderungen für ein und dieselbe Laststufe zuletzt viel gröfser, als zu Beginn des Versuches.

Man erkennt hieraus, dafs die Formänderungen kleiner erscheinen, wenn die Lasten einander in ansteigender Reihe folgen, und dafs die Formänderungen gröfser werden, wenn die Lasten in fallender Reihe einander folgen. Diese Erscheinung kam auch noch bei andern Versuchsreihen unzweideutig zum Ausdrucke.

In Textabb. 11 sind die den Zusammenstellungen XII und XIII entnommenen Mittelwerte wieder als Höhen aufgetragen. Die Schaulinien dieser Abbildung haben einen ähnlichen Verlauf und lassen das frühere Gesetz erkennen. Gleicht man die Mittelwerte der beobachteten Hebungen und Senkungen aus, so ergibt sich

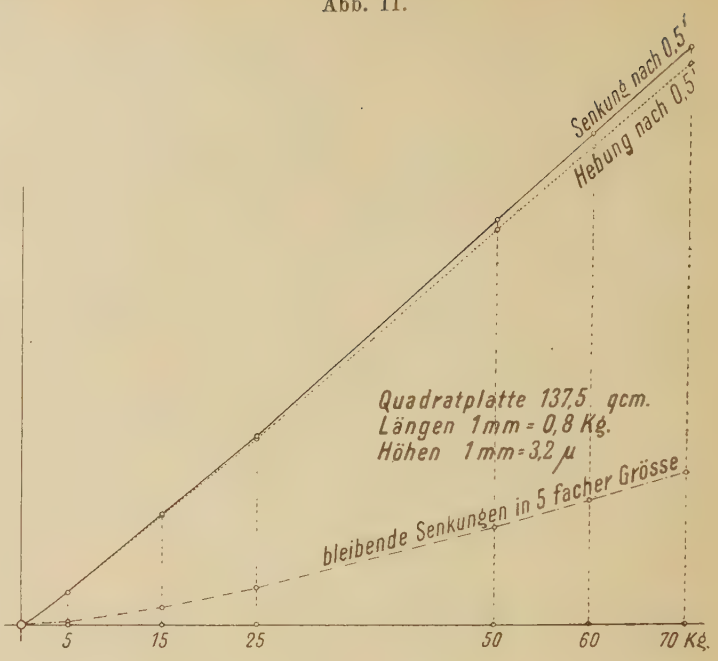
$$m = 1{,}070, \quad \alpha = 0{,}04934,$$

sodafs die Abhängigkeit der Formänderungen des Erdbodens von den Lasten durch

Gl. 10) . . . $y = 0{,}04934 \cdot p^{1{,}070}$ gegeben ist.

Die Zusammenstellung XIV enthält die auf Grund dieser Gleichung 10) gerechneten Formänderungen neben den Mittelwerten aus Hebung und Senkung, die den Zusammenstellungen XII und XIII entnommen wurden.

Abb. 11.



Zusammenstellung XIV.

Belastung in kg	5	15	25	50	60	70
Belastung in kg/qcm	0,0364	0,1092	0,1820	0,3640	0,4368	0,5096
Beobachtete Formänderung in μ	13,4	46,1	79,1	168,3	204,4	238,0
Berechnete Formänderung in μ	14,2	46,1	79,6	167,2	203,2	239,6

Die Übereinstimmung befriedigt auch hier.

Bisher wurde die Abhängigkeit der Formänderung von den Lasten stets nur für das Mittel aus Hebung und Senkung festgestellt. Man kann diese Abhängigkeit auch getrennt für die Senkungen und für die Hebungen ermitteln. Für die Beobachtungen der Zusammenstellungen XII und XIII wurde die Rechnung derart durchgeführt und ergab

für die Senkungen: $m = 1{,}075, \quad \alpha = 0{,}050186;$

für die Hebungen: $m = 1{,}064, \quad \alpha = 0{,}04768.$

Das Gesetz der Abhängigkeit von den Lasten wird also dargestellt:

für die Senkungen durch

Gl. 11) . . . $y' = 0{,}050186 \cdot p^{1{,}075}$,

und für die Hebungen durch

Gl. 12) . . . $y'' = 0{,}04768 \cdot p^{1{,}064}$.

Stellt man die nach Gl. 11) und 12) gerechneten Formänderungen den Mittelwerten aus den Zusammenstellungen XII und XIII gegenüber, so gelangt man zu Zusammenstellung XV.

Zusammenstellung XV.

Belastung in kg	5	15	25	50	60	70
Belastung in kg/qcm	0,0364	0,1092	0,1820	0,3640	0,4368	0,5069
Beobachtete Senkung in μ	13,3	46,2	79,6	170,5	207,0	241,2
Berechnete Senkung in μ	14,2	46,3	80,3	169,2	205,8	242,9
Beobachtete Hebung in μ	13,5	45,9	78,5	166,1	201,8	234,8
Berechnete Hebung in μ	14,1	45,6	78,7	165,1	200,6	236,5
Unterschied der berechneten Senkungen und Hebungen .	0,12	0,74	1,55	4,08	5,20	6,41
Bleibende Formänderungen nach Gl 13) berechnet in μ .	0,18	0,82	1,62	4,08	5,20	6,39

Die Zahlen der vorletzten Reihe stellen die Unterschiede zwischen den nach Gl. 11) und Gl. 12) berechneten Gröfsen, also die bleibenden Formänderungen dar. Diese sind in Textabb. 11 in fünffacher Gröfse dargestellt, und man erkennt schon aus dem Verlaufe der Schaulinie, dafs die bleibenden Formänderungen demselben Gesetze gehorchen wie die elastischen.

Um dieses Gesetz zu finden, wurden die Werte α und m in derselben Weise ermittelt wie bisher. Es ergab sich

$$m = 1{,}334, \quad \alpha = 0{,}00157,$$

sodafs die Abhängigkeit der bleibenden Formänderungen von den Lasten gegeben ist durch

Gl. 13) . . . $y''' = 0{,}00157 \cdot p^{1{,}334}$.

Die nach Gl. 13) gerechneten Werte sind zum Vergleiche in die letzte Zeile der Zusammenstellung XV eingeschrieben, sie stimmen mit den Ausgangswerten in der vorletzten Zeile ziemlich überein.

Die vorausgegangenen Betrachtungen haben gezeigt, dafs die Abhängigkeit der Formänderungen des Erdbodens von den Lasten durch die Winkler'sche Annahme der Gl. 1)

$$y = \frac{p}{C}$$

nicht richtig zum Ausdrucke gebracht wird. Das Verhalten des Erdbodens wird durch die Bettungsziffer allein nur dann genügend gekennzeichnet, wenn in der Gl. 5)

$$y = \alpha \cdot p^m$$

$m = 1$ geworden ist.

Die durch die Versuche gefundene Gesetzmäfsigkeit ist freilich in der Anwendung unbequemer, als das ursprüngliche geradlinige Gesetz. Daher wird es oft von Vorteil sein, das Potenzgesetz der Gl. 5) durch eine angenäherte Formel zu ersetzen. Die Linien der Abb. 9, 10 und 11, welche die Abhängigkeit der Formänderungen von den Lasten darstellen, lassen sich nämlich mit ziemlicher Annäherung durch gerade Linien ersetzen, welche nicht durch den Ursprung gehen und deren Gleichung allgemein lautet:

Gl. 14) . . . . . $y = \frac{p}{C} - c$,

wenn C die Cotangente des Neigungswinkels der Geraden und c den Abschnitt bedeutet, den die Gerade auf der Y-Achse abschneidet. Diese Gröfsen lassen sich aus den Schaulinien entnehmen, und so ergeben sich für die Beziehung zwischen der Formänderung und den Lasten die folgenden Gleichungen:

Für die quadratische Platte mit 550 qcm Druckfläche

Gl. 15) . . . $y = \frac{1}{8{,}8} \cdot p - 0{,}0015$,

für die quadratische Platte mit 137,5 qcm Druckfläche

Gl. 16) . . . $y = \frac{1}{20{,}4} \cdot p - 0{,}0008$,

für die kreisrunde Platte mit 550 qcm Druckfläche

Gl. 17) . . . $y = \frac{1}{9{,}8} \cdot p - 0{,}0007$.

Schliefslich kann man zur Kennzeichnung des elastischen Verhaltens des Erdbodens Gl. 1) in ihrer einfachen Form beibehalten, wenn man nur ihre Gültigkeit in gewisse Lastgrenzen einschliefst, also die die Abhängigkeit der Formänderungen von den Lasten darstellende Linie in Abschnitte zerlegt und durch gerade Linien ersetzt. Das Verfahren ist um so genauer, je kleiner die Abschnitte gewählt werden, und die Bettungsziffer ist dann gegeben durch

Gl. 18) . . . . . $C = \frac{y_2 - y_1}{p_2 - p_1}$,

wenn p_1 und p_2 die Belastungen der Flächeneinheit bedeuten, bei denen die Formänderungen y_1 und y_2 beobachtet wurden. Natürlich mufs man der Bettungsziffer die Lasten p_1 und p_2 beifügen, für die sie nach Gl. 18) berechnet ist, innerhalb deren sie also nur gilt.

Verfährt man derart mit den Beobachtungsergebnissen der mit verschiedenen Platten angestellten Versuche, so findet man beispielsweise für die Belastungsstufe von 0,05 bis 0,10 kg/qcm:

C = 8,8 für die quadratische Platte von 550 qcm Druckfläche,
C = 9,8 « « kreisrunde « « 550 « «
C = 20,4 « « quadratische « « 137,5 « «
C = 19,0 « « kreisrunde « « 137,5 « «

Diese Bettungsziffern sind gegenüber den bis jetzt bekannten insbesondere für den gewöhnlichen Erdboden überraschend hoch. Besonders bemerkenswert ist noch, dafs sich für die Platten mit den halben Abmessungen ungefähr doppelt so grofse Bettungsziffern ergeben haben, als für die gröfseren Platten.

Aus den angegebenen vier Zahlen liefs sich der Zusammenhang der beobachteten Formänderungen mit Form und Gröfse der Platte nicht nachweisen. Es war nötig, hierüber eine besondere Untersuchung anzustellen.

VI. Der Einfluſs von Form und Gröfse der Druckplatten auf die Formänderungen.

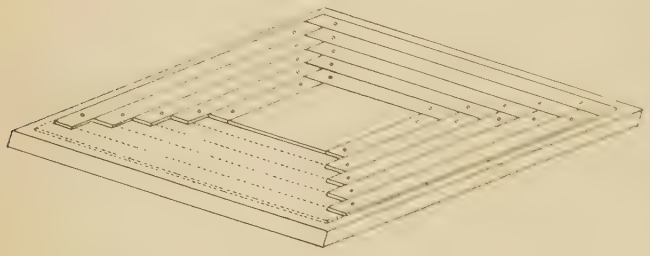
Die Versuche, welche den Einfluſs von Form und Gröfse der Druckplatten auf die Formänderungen des Erdbodens klarlegen sollten, wurden zuerst in der Weise unternommen, dafs vier quadratische und vier kreisrunde Platten von verschiedener Gröfse nacheinander auf den Boden aufgebracht und mit derselben Last beschwert wurden. Obwohl der Boden sehr sorgfältig geebnet war und streng darauf geachtet wurde, dafs jede Platte satt auflag, befriedigten die Versuchsergebnisse doch nicht. Die beobachteten Formänderungen ergaben, wenn man sie mit den zugehörigen Platten zeichnerisch in Beziehung brachte, keine stetige Linie.

Es ist eben nicht möglich, immer wieder dieselbe gute Auflagerung herzustellen. Dafs es hierauf ankommt, konnte man daraus entnehmen, dafs dieselbe Platte, vom Boden aufgenommen und sorgfältig wieder aufgelegt, für die frühere Belastung oft um 10 % abweichende Formänderungen ergab.

Ich liefs daher eine besondere Platte anfertigen, deren Druckfläche sich verkleinern liefs, ohne dafs man die Platte vom Boden wegzunehmen brauchte. In Textabb. 12 ist ihre verhältnismäfsig einfache Einrichtung, von unten gesehen, dargestellt. Auf einer starken quadratischen Platte von 25 cm Kantenlänge wurde eine 3 mm dicke kleinere Platte von etwa 8 cm Kantenlänge mit Schrauben gut befestigt. Um diese herum sind 15 mm breite Leisten von genau gleicher Dicke angeordnet,

die mit Rundkopfschrauben von oben auf die Platte festgespannt werden. Man konnte also, während die Platte ruhig auf dem Boden liegen blieb, die jeweiligen vier äufseren Leisten

Abb. 12.

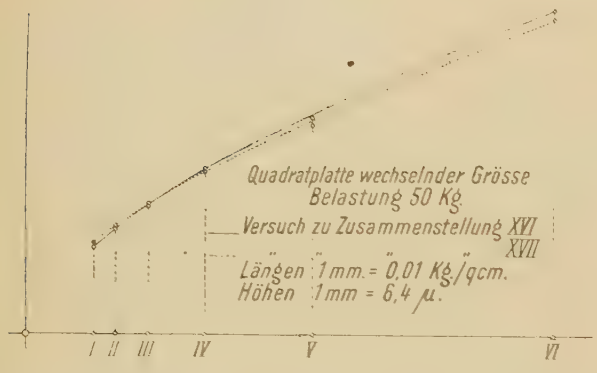


von der Platte loslösen und unter ihr wegschieben. Da auf der Platte 5×4 Leisten angebracht waren, konnte man ihre Druckfläche fünfmal verkleinern, und sie dabei stets an Ort und Stelle lassen.

Mit dieser Platte wurde zunächst eine Versuchsreihe in der Weise durchgeführt, dafs jede der verschiedenen Druckflächen wiederholt mit demselben Gewichte von 50 kg belastet wurde. Die beobachteten Formänderungen sind in Zusammenstellung XVI angegeben.

Trägt man die Mittelwerte der nach einer halben Minute beobachteten Senkungen und Hebungen als Höhen, die zugehörigen Belastungen der Einheit der verschiedenen Druckflächen als Längen auf, so erhält man die stark ausgezogene Schaulinie der Textabb. 13.

Abb. 13.



Der Verlauf dieser Schaulinie zeigt, dafs sich die Formänderungen des Erdbodens nicht geradlinig mit dem Drucke auf die Flächeneinheit ändern, sie hängen vielmehr bei Druckplatten von verschiedener Gröfse und ähnlicher Gestalt von der Druckfläche ab und nehmen mit der Flächengröfse zu. Die Erklärung hierfür kann wegen der sonst ganz gleichen Bedingungen, unter denen die Versuche mit den verschiedenen Platten stattfanden, in dem veränderlichen Verhältnisse der Fläche zum Umfange gesucht werden; während die Flächen im Quadrate zunehmen, ändert sich der Umfang nur in linearem Verhältnisse.

Die Linie, welche die Beziehung zwischen Fläche und Umfang für die verschiedenen Druckplatten zum Ausdrucke

Zusammenstellung XVI.

Nr.	Druckfläche F qcm	Belastung $\frac{P}{F}$ kg/qcm	Boden belastet, Senkung nach 0,5′	0,75′	0,75′	Boden entlastet, Hebung nach 0,5′	0,75′	0,75′
I.	541,5	0,0925	76,6	2,8	1,3	74,1	3,0	1,1
			76,0	2,1	1,6	73,3	2,3	1,4
			74,5	2,2	1,0	72,6	2,4	1,3
			73,7	2,0	1,4	71,8	2,8	1,1
			73,0	2,2	1,0	71,6	2,5	1,1
		Im Mittel . .	74,8	2,3	1,3	72,7	2,6	1,2
II.	412,5	0,1212	92,0	3,0	1,2	88,8	3,1	1,1
			90,4	3,1	1,8	89,0	2,6	1,5
			89,8	2,6	1,5	87,3	3,0	1,4
			89.0	2,7	1,3	87,1	2,6	1,1
			87,9	2,5	1,3	86,0	2,8	1,6
		Im Mittel . .	89,8	2,8	1,4	87,6	2,8	1,3
III.	298,4	0,1676	112,2	3,4	2,1	108,4	3,5	1,3
			109,8	3,4	1,8	107,5	3,4	1,8
			109,8	2,9	1,4	106,5	3,9	1,9
			106,9	3,2	1,4	106.0	3,0	2,5
			108,6	3,4	2,0	105,5	3,3	1,7
		Im Mittel . .	109,5	3,3	1,7	106,8	3,4	1,8
IV.	204,4	0,2445	144,8	4,6	2,7	142,2	4,4	3,0
			145.7	4.0	2,4	141,4	4,3	2,2
			143.8	4,6	1,9	139,8	4,4	2.4
			143,4	3,5	2,2	139,0	4,7	2,3
			140,2	4,0	1,9	137,0	3,7	1,8
		Im Mittel . .	143,6	4,1	2,2	139,9	4,3	2,3
V.	128,0	0,3906	193,0	6,6	3,6	182,8	6.3	2,7
			186,2	5,3	3,1	180,0	5,7	2,8
			184,1	5,8	2,9	178,8	5,9	3,0
			182,1	4,3	2,5	176,1	7,7	2,6
			183,8	4.1	2,4	176,0	6,9	2,6
		Im Mittel . .	185,8	5,2	2,9	178,7	6,5	2,7
VI.	69,7	0,7170	286.5	7,9	4,6	275,7	8,0	4,6
			281,9	7,8	4,5	272,3	9,1	4,0
			279,1	7,9	2,7	271.4	8,2	4,2
			278,8	5.8	3,5	268,6	7,0	4,1
			272,2	7.4	4,0	266,0	6,8	4,2
		Im Mittel . .	279,7	7,4	3,9	270,8	7,8	4,2

bringt, ist eine Parabel. Augenscheinlich folgt die Schaulinie der beobachteten Formänderungen demselben Gesetze. Die Schaulinie bringt aber nicht nur dieses Gesetz allein zum Ausdrucke, sondern ihr Verlauf wird auch noch durch die Abhängigkeit der Formänderungen von dem wechselnden Drucke auf die Flächeneinheit beeinflufst. Diese Abhängigkeit ist zwar in Gl. 5) $y = a \cdot p^m$ gegeben, die Berichtigung der Linie macht jedoch wegen der wechselnden Werte a und m Schwierigkeiten, die für jede Platte gesondert ermittelt werden müfsten.

Eine zweite, ganz in derselben Weise durchgeführte Versuchsreihe führte zu demselben Ergebnisse, wie die erste. In der Zusammenstellung XVII sind davon der Kürze halber nur die Mittelwerte für die nach 0,5′ beobachteten Formänderungen angegeben, die sich aus fünf wiederholten Belastungen ergeben

haben. In Textabb. 13 wird das Ergebnis dieser Beobachtungsreihe durch die gestrichelte Linie dargestellt.

Zusammenstellung XVII.

Druckplatte Nr.	I	II	III	IV	V	VI
Druckfläche F qcm	541,5	412,5	298,4	204,4	128,0	69,7
Spez. Belastung $\frac{P}{F}$ kg/qcm	0,0925	0,1212	0,1676	0,2445	0,3906	0,717
Boden belastet, Senkung nach 0,5′ μ	79,0	93,9	107,8	140,1	178,4	272,3
Boden entlastet, Hebung nach 0,5′ μ	77,0	91,0	105,0	136,6	174,6	264,3

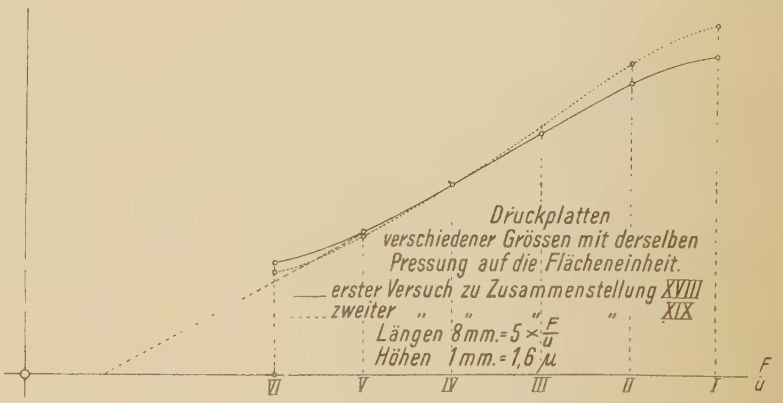
Zusammenstellung XVIII.

Nr.	Belastung kg	Druckfläche F qcm	Umfang U cm	$\frac{F}{U}$	Boden belastet, Senkung nach 0,5′	0,75′	0,75′	Boden entlastet, Hebung nach 0,5′	0,75′	0,75′
I	54,18	541,8	93,0	5,83	70,2	2,6	1,4	67,8	2,2	0,6
					69,7	1,8	1,2	67,5	2,1	0,8
					69,1	1,9	0,9	67,7	1,4	0,7
					68,6	1,9	1,2	67,6	2,2	1,2
					68,6	1,5	1,0	66,6	1,6	0,8
				Im Mittel . .	69,2	1,9	1,1	67,4	1,9	0,8
II	41,25	412,5	81,3	5,08	64,5	2.2	1,3	62,5	1,8	0,5
					63,3	2,2	0,3	62,2	1,4	0,9
					63,2	2,0	1,2	61,6	1,5	0,7
					62,5	1,5	1,1	61,4	1,8	0,2
					62,9	1,7	1,3	61,4	1,7	0,7
				Im Mittel .	63,3	1,9	1,0	61,8	1,6	0,6
III	29,84	298,4	69,1	4,32	52,8	2,2	1,9	52,2	1,1	1,0
					52,6	2,0	2,0	51,8	1,7	0,6
					52,2	1,7	0,6	50,6	1,6	0,6
					51,8	1,5	1,0	51,6	2,0	0,2
					51.2	1,7	1,2	50.1	1,4	0,4
				Im Mittel . .	52,1	1,8	1,3	51,3	1,6	0,6
IV	20,44	204,4	57,2	3,58	42,2	1,7	0,9	40,6	0,8	0,7
					41,0	1,8	0,7	40,4	1,2	0,4
					40,9	1,3	0,9	40,3	1,4	0,6
					40,9	2,0	1,0	40,3	1.2	0,7
					40,8	1,2	0,6	40,3	1,3	0,2
				Im Mittel . .	41,2	1,6	0,8	40.4	1,2	0,5
V	12,8	128,0	45,3	2,83	32,1	1,0	0,8	30,6	1,0	0,4
					31,3	1,1	0,6	30,1	0,9	0,4
					31,0	0,9	0,4	30,1	1,0	0,5
					30,8	1,0	0,6	29,7	0,9	0,3
					30,2	0,8	0,8	29,7	1,0	0.3
				Im Mittel . .	31,1	1,0	0,6	30.0	1,0	0,4
VI	6,97	69,7	33,4	2,08	25,1	1,3	1,0	24,2	0,9	0,3
					24,6	1,0	0,6	23,7	0,6	0,2
					24.1	0,9	0,4	23,2	0,9	0.6
					24,0	1,0	0,4	23,4	0,7	0,6
					23,8	0,9	0,6	23.4	0,6	0,2
				Im Mittel . .	24,3	1,0	0,6	23,6	0,7	0,4

Um den Einfluss der Pressung auf die Flächeneinheit auf die mit den verschieden grofsen Druckflächen erzielten Formänderungen des Bodens auszuscheiden, und deren Abhängigkeit von dem Verhältnisse der Druckfläche zum Umfange für sich gesondert zum Ausdrucke zu bringen, wiederholte ich den Versuch, veränderte aber die Belastung so, dafs alle Druckflächen denselben Druck auf die Flächeneinheit, nämlich 0,1 kg/qcm erhielten. Hierbei wurden die Beobachtungen gemacht, welche in Zusammenstellung XVIII angegeben sind.

In Textabb. 14 ist das Ergebnis des Versuches durch die

Abb. 14.



stark ausgezogene Schaulinie bildlich dargestellt, die dadurch erhalten wurde, dafs die Mittelwerte aus den nach 0,5′ beobachteten Formänderungen als Höhen, und die Verhältnisse $\frac{F}{U}$ für die verschiedenen Druckflächen als Längen aufgetragen wurden.

Die erhaltene Linie kann wenigstens für den zwischen II und V liegenden Abschnitt mit genügender Annäherung durch eine Gerade ersetzt werden, bei gleichbleibendem Flächendrucke stehen also die Formänderungen des Erdbodens unter Platten ähnlicher Gestalt zum Verhältnisse der Druckfläche zum Plattenumfange in geradlinigem Verhältnisse.

Die Gleichung, welche diese Beziehung ausdrückt, lautet entsprechend der allgemeinen Geradengleichung $y = ax - b$:

Gl. 19) . . . . $y = a \cdot \frac{F}{U} - b.$

Für die Werte a und b folgt aus Textabb. 14:

$$a = 0{,}00139, \quad b = 0{,}0008,$$

so dafs Gl. 19) für diesen Fall lautet:

Gl. 20) . . $y^{cm} = 0{,}00139 \frac{F^{qcm}}{U^{cm}} - 0{,}0008.$

Das Ergebnis dieses Versuches wurde durch eine zweite Beobachtungsreihe bestätigt. Die Mittelwerte aus den nach 0,5′ beobachteten Senkungen und Hebungen sind in Zusammenstellung XIX angegeben, sie geben die gestrichelt gezeichnete Schaulinie der Textabb. 14, welche mit der zuerst gefundenen ausgezogenen gut übereinstimmt.

Zusammenstellung XIX.

Druckplatte Nr.	I	II	III	IV	V	VI
Belastung kg	54,18	41,25	29,84	20,44	12,80	6,97
F : U	5,83	5,08	4,32	3,58	2,83	2,08
Boden belastet, Senkung nach 0,5′ μ	75,5	67,4	52,0	41,1	29,9	22,1
Boden entlastet, Senkung nach 0,5′ μ	74,5	66,1	50,9	40,5	29,4	21,7

Ersetzt man die Linie der Textabb. 14 wieder durch eine Gerade, so ergeben sich:

$$a = 0{,}00158, \quad b = 0{,}00145,$$

also für diesen Versuch [Gl. 19)] die Gleichung:

Gl. 21) . . $$y^{cm} = 0{,}00158 \cdot \frac{F^{qcm}}{U^{cm}} - 0{,}00145.$$

Die Beziehung zwischen den Formänderungen und dem Drucke auf die Flächeneinheit ist für dieselbe Druckplatte nach Gl. 14) gegeben durch

$$y_0 = \frac{p}{C_0} - c_0,$$

worin C_0 und c_0 die Werte bedeuten, welche für eine Platte von der Druckfläche F_0 und dem Umfange U_0 gefunden worden sind. Nach Gl. 19) ist für diese Platte auch

$$y_0 = a \cdot \frac{F_0}{U_0} - b,$$

und für eine andere Platte von ähnlicher Gestalt, mit der Druckfläche F und dem Umfange U

$$y = a \cdot \frac{F}{U} - b.$$

Daher ist auch

$$\frac{y}{y_0} = \frac{a \cdot \frac{F}{U} - b}{a \cdot \frac{F^0}{U^0} - b},$$

und durch Einsetzen des Wertes für y_0 schliefslich

Gl. 22) . $$y = \frac{a \cdot \frac{F}{U} - b}{a \cdot \frac{F_0}{U_0} - b}\left(\frac{p}{C_0} - c_0\right).$$

Gl. 22) kann nun wieder in der Form der Gl. 14)

$$y = \frac{p}{C} - c$$

geschrieben werden, wenn

Gl. 23) . . .
$$\begin{cases} C = C_0 \cdot \dfrac{a \cdot \frac{F_0}{U_0} - b}{a \cdot \frac{F}{U} - b} \\ c = c_0 \cdot \dfrac{a \cdot \frac{F}{U} - b}{a \cdot \frac{F_0}{U_0} - b} \end{cases}$$

gesetzt werden. Danach lassen sich die einer Platte vom Umfange U und der Druckfläche F zugehörigen Werte C und c berechnen, wenn für eine andere Platte ähnlicher Gestalt, der Fläche F_0 und des Umfanges U_0 die Werte C_0 und c_0 aus einem Versuche gegeben sind.

Damit möge das Ergebnis eines frühern Versuches verglichen werden. Für die quadratische Druckplatte von 550 qcm hatte sich ergeben, dafs die Beziehung zwischen der Formänderung und dem Flächendrucke innerhalb der dort festgestellten Grenzen nach Gl. 15) gegeben ist durch

$$y = \frac{p}{8{,}8} - 0{,}0015.$$

Für eine halb so grofse Platte wurde nach Gl. 16) diese Beziehung für dieselben Grenzen gefunden zu

$$y = \frac{p}{20{,}4} - 0{,}0008.$$

Nun lassen sich die Bettungsziffern C und c für die kleinere Platte nach Gl. 23) auch aus den für die grofse Platte gefundenen Ziffern ableiten.

Für die grofse Platte ist $\frac{F}{U} = \frac{550}{94} = 5{,}86$, .

für die kleine $\frac{F}{U} = \frac{137{,}5}{47} = 2{,}93$.

Die Werte a und b folgen aus dem zuletzt beschriebenen Versuche

das einemal . .	$a = 0{,}00139$,	$b = 0{,}0008$;
das anderemal .	$a = 0{,}00158$,	$b = 0{,}00145$;
also im Mittel .	$a = 0{,}00148$,	$b = 0{,}00112$.

Auf Grund der Mittelwerte von a und b erhält man nach Gl. 23) für die kleine Platte

$$C = 8{,}8 \cdot \frac{0{,}00148 \cdot 5{,}86 - 0{,}00112}{0{,}00148 \cdot 2{,}93 - 0{,}00112} = 8{,}8 \cdot 2{,}34 = \mathbf{20{,}6},$$

$$c = 0{,}0015 \cdot \frac{1}{2{,}34} = \mathbf{0{,}00064},$$

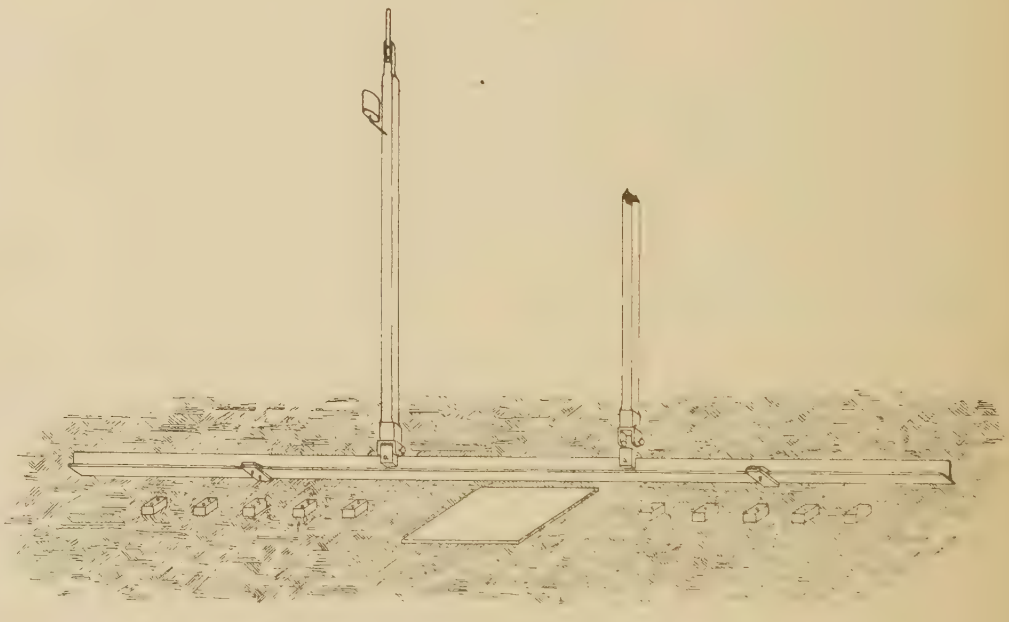
welche Werte mit den durch den Versuch gefundenen Ziffern der Gl. 16) ganz gut übereinstimmen.

VII. Die Formänderung in der Umgebung der belasteten Flächen.

A. In lotrechtem Sinne.

Zur Bestimmung der Einsenkungen in der Umgebung der belasteten Bodenfläche wurde die in Textabb. 15 dargestellte

Abb. 15.



Versuchseinrichtung benutzt.

An den Stellen, wo die Einsenkungen gemessen werden sollten, waren Klötzchen aus Hartholz von $35 \times 25 \times 20$ mm auf den Boden gesetzt. Auf diesen ruhte mittels zwei besonders ausgestalteter Auflager ein T-Eisen, 25×25 mm von 2,20 m Länge, das in Textabb. 15 von den Unterlagen abgehoben dargestellt ist. Auf dem Stege des T-Eisens waren zwei Holzklötzchen befestigt, von denen aus die in Spitzen drehbar gelagerten Stangen zu den Spiegeln in die Höhe geführt waren. Die Auflager, mit denen das T-Eisen aufzuliegen kam, waren als Schieber mit Schleppfedern ausgebildet, die sich beliebig dahin verschieben liefsen, wo die Einsenkungen gemessen werden sollten. Diese Schlepper waren mit einer oder zwei Stahlspitzen versehen, sodafs das T-Eisen nur in drei Punkten auf

jeweils zwei Klötzchen auflag. Wo die Stahlspitzen aufzuliegen kamen, waren die Hartholzklötzchen mit flach gerundeten und gut geglätteten Metallplättchen versehen.

Mittels dieser Einrichtung konnten durch zwei Mefswerkzeuge die Einsenkungen beliebig vieler Punkte nacheinander aufgenommen werden, ohne dafs dazu zeitraubende Umstellungen erforderlich waren, die Verschiebung der beiden Schlepper genügte, was bei einiger Vorsicht immer leicht und rasch von statten ging. Die Belastung wurde in derselben Weise wie früher mittels des Holzschemels bewirkt, auf den die Gewichte aufgesetzt wurden, und unter dem das T-Eisen frei durchging.

Falls sich der Boden zu beiden Seiten der belasteten Platte ungleichmäfsig senkte, konnte durch eine einfache Rechnung aus dem beobachteten Unterschiede die tatsächliche Senkung auf jeder Seite genau ermittelt werden. Die Unterschiede waren jedoch nur unbedeutend, und das Mittel aus den beiderseitigen Ablesungen wurde daher stets als mafsgebend für beide Hälften der Einsenkungslinie angesehen. Hierbei ist unter Einsenkungslinie die Schnittlinie einer lotrechten, durch den Lastmittelpunkt gehenden Ebene mit der Mulde verstanden, die in der Bodenfläche unter und in der Umgebung der belasteten Platte entsteht, und deren Begrenzung bei gleichmäfsiger Belastung der Platte und bei gleichartiger Bodenbeschaffenheit eine Gestalt besitzt, die der der Platte ähnlich ist.

In der Nähe der Druckplatte machte sich noch eine geringfügige elastistische Nachwirkung geltend, die in gröfserer Entfernung nicht mehr genau festgestellt werden konnte, da sie nicht einmal die Gröfse der in derselben Zeit durch die Wärme bewirkten scheinbaren Senkung oder Hebung erreichte.

Die durch die Wärmeänderung entstehenden Fehler wurden dadurch ausgeschieden, dafs für die Belastung wie für die Entlastung gleiche Zeitabschnitte eingehalten und die Mittel aus beiden Beobachtungen als Mafs der tatsächlich erfolgten elastischen Formänderung verzeichnet wurden. Die Zeitdauer der Belastungen und Entlastungen war stets 0,5′.

Bemerkenswert ist noch die Verschiedenheit der Zeiträume, die für die Ausbildung der Formänderung in verschiedener Entfernung von der Druckplatte erforderlich waren, und die sich deutlich wahrnehmen liefs. So bedurfte die Formänderung in 20 cm Entfernung vom Lastmittelpunkte etwa 2″ bis 3″ zu ihrer Ausbildung, während sie in einer Entfernung von 70 cm erst nach 8″ bis 10″ beendet war.

Wegen der zarten Auflagerung war die ganze Anordnung gegen Stöfse und Erschütterungen noch empfindlicher, als die frühere, die Beobachtungen wurden daher leichter und häufiger gestört. Die wahrnehmbaren äufseren Einflüsse, welche derartige Störungen veranlafsten, wurden im Beobachtungshefte vermerkt und die entsprechenden Zahlen in den Zusammenstellungen eingeklammert.

In der Weise wurden zunächst wieder mit der quadratischen Platte von 550 qcm Druckfläche Beobachtungen mit verschiedenen Belastungen aufgenommen, und dabei die in Zusammenstellung XX aufgezeichneten Ergebnisse erzielt.

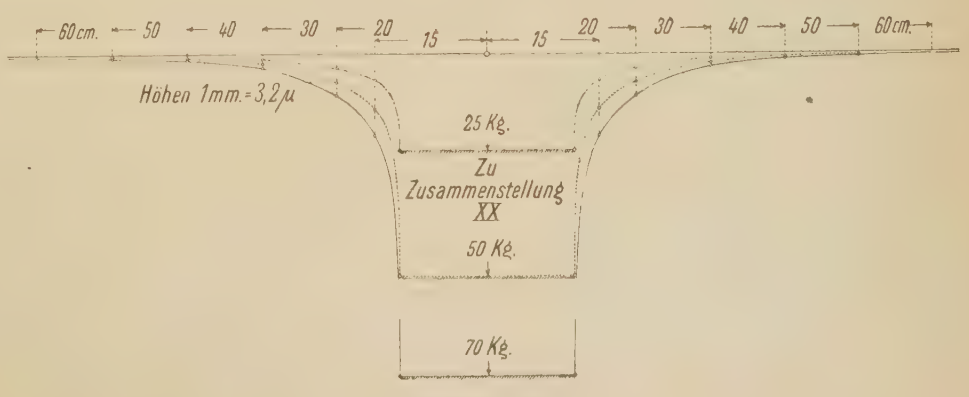
Zusammenstellung XX.

Quadratische Platte 550 qcm.

Nr.	Belastung	Abstand vom Lastmittelpunkte in cm. 15	20	30	40	50	60	70
1	70 kg	34,7	17,2	5,8	2,4	1,4	1,3	0,6
2	„ „	34,4	17,6	5.8	2,1	1,4	0,7	0,6
3	„ „	33,3	17,1	5,7	2,1	1,2	1,0	0,8
4	„ „	34,2	17,4	5,8	2,2	1,4	1,0	0,6
	Im Mittel . .	34,2	17,4	5,8	2,2	1.4	0,9	0,6
	Berechnet nach Gl. 25)	34,2	17,4	6,2	2,9	1,5	0.9	0,6
	Berechnet nach Gl. 27)	34,2	17,4	6,2	2,9	1,5	0,9	0,6
5	50 kg	23,5	11,8	4,1	1,5	1,1	—	—
6	„ „	23,1	12.0	3,8	1,3	1,0	—	—
7	„ „	23,0	11,6	4,4	1,4	1,0	—	—
8	„ „	23,1	11,7	3,7	1,4	0,9	—	—
	Im Mittel . .	23,2	11,8	4,0	1,4	1,0	—	—
	Berechnet nach Gl. 25)	23,2	11,6	4,1	1,9	1,0	—	—
	Berechnet nach Gl. 27)	23,2	11,6	4,1	1,9	1,0	—	—
9	25 kg	11.0	5,9	1,4	—	—	—	—
10	„ „	10,9	5,8	2,0	—	—	—	—
11	„ „	10.5	5,9	2,0	—	—	—	—
12	„ „	11,0	5,9	2,0	—	—	—	—
	Im Mittel . .	10,8	5,9	1,9	—	—	—	—
	Berechnet nach Gl. 25)	10,8	5,4	1,9	—	—	—	—
	Berechnet nach Gl. 27)	10,3	5,2	1,8	—	—	—	—

Um ein Bild von den Einsenkungslinien unter verschiedenen Belastungen zu erhalten, wurden die Mittelwerte aus Zusammenstellung XX als Höhen unter den entsprechenden Bodenpunkten in ursprünglicher Lage aufgetragen. Dadurch, dafs die Höhen 625 fach, die Längen aber 0,2 fach aufgetragen wurden, erhielt man stark verzerrte Bilder der Einsenkungslinien (Textabb. 16), in der die angestrichelten, wagerechten

Abb. 16.



geraden Stücke die Senkungen angeben, welche der Erdboden unmittelbar unter der Druckplatte erfährt. Diese wurden jetzt nicht mehr eigens gemessen, sondern nach Gl. 14)

$$y = \frac{p}{C} - c$$

gerechnet, wobei die Werte den vorausgegangenen Versuchen entnommen wurden.

Man findet bei Prüfung der Ergebnisse in Zusammenstellung XX, dafs das Verhältnis der Einsenkungstiefen für eine bestimmte Linie durch die Beziehung gegeben ist:

Gl. 24) . . . . $$\frac{y}{y_1} = \frac{(k + x_1)^3}{(k + x)^3}.$$

Hierin bedeutet k einen von der Beschaffenheit des Erdbodens, von Form und Gröfse der Druckplatte abhängigen Wert; x und x_1 sind die Längen der Punkte, an welchen die Einsenkungen y und y_1 beobachtet wurden. Für die quadratische Platte von 550 qcm Druckfläche und die Bedingungen, unter denen der mit ihr unternommene Versuch stattfand, ist

$$k = 4{,}3 \text{ cm},$$

sodafs die Gleichung der Einsenkungslinie für eine bestimmte Belastung lautet:

Gl. 25) . . . . $$\frac{y}{y_1} = \frac{(4{,}3 + x_1)^3}{(4{,}3 + x)^3}.$$

Nach dieser Gleichung wurden die Höhen für die Stellen, wo die Einsenkungen gemessen wurden, gerechnet, sie sind zum Vergleiche in Zusammenstellung XX eingeschrieben. Die Übereinstimmung mit den Versuchszahlen ist gut.

Die am Umfange der Druckplatte und unter ihr auftretende Senkung genügt dem durch Gl. 25) ausgedrückten Gesetze nicht; sie ist vielmehr gröfser, als der zugehörigen Länge, dem halben Plattendurchmesser, entspricht. Denkt man sich die Linie bis zum Plattenumfange nach Gl. 25) fortgesetzt, so tritt hier wegen der plötzlich vermehrten Senkung ein unvermittelter Übergang in eine lotrecht nach abwärts gehende Gerade ein. Eine solche Unstetigkeit ist nun sehr unwahrscheinlich; der tatsächliche Verlauf zwischen dem Plattenumfange und dem ersten Beobachtungspunkte kann aber dem Versuche nicht entnommen werden, da es nicht tunlich war, mit der Mefsvorrichtung noch näher an die Platte heranzugehen. Deshalb bleibt hier für die Vermutung leider ein kleiner Spielraum über. In der Darstellung der Einsenkungslinie wurde ein allmäliger Übergang in die lotrechte Gerade angenommen, die Linien nach Gl. 25) sind möglichst nahe an die Platte herangeführt.

Untersucht man nun noch die Abhängigkeit der Einsenkungen von den Lasten, welche auf die Druckplatte wirken, so findet man, dafs die Einsenkungen in der Umgebung der Druckplatte im Verhältnisse der Belastung zunehmen, wie die Senkungen der Druckplatte selbst. Es ist also

$$y = \mathfrak{R} \cdot y_0,$$

wenn mit y_0 die Senkung der Druckplatte, mit $\mathfrak{R}$ eine dem Versuche zu entnehmende Wertziffer bezeichnet wird. Nach Gl. 14) ist die Senkung der Druckplatte

$$y_0 = \frac{p}{C} - c,$$

folglich auch

$$y = \mathfrak{R}\left(\frac{p}{C} - c\right).$$

Für einen beliebigen Punkt im Abstande x_1 vom Lastmittelpunkte ergibt sich also die Einsenkungstiefe

$$y_1 = \mathfrak{R}_1\left(\frac{p}{C} - c\right),$$

und aus Gl. 24) zu

$$y_1 = y \cdot \frac{(k + x)^3}{(k + x_1)^3}.$$

Durch Gleichsetzen der beiden Werte von y_1 erhält man

$$\mathfrak{R}_1 \cdot \left(\frac{p}{C} - c\right) = y \frac{(k + x)^3}{(k + x_1)^3}.$$

oder

$$y = \mathfrak{R}_1 \cdot \frac{(k + x_1)^3}{(k + x)^3} \cdot \left(\frac{p}{C} - c\right).$$

Setzt man

$$\mathfrak{R}_1 \cdot (k + x_1)^3 = K,$$

so ergibt sich

Gl. 26) . . . $$y = \frac{K}{(k + x)^3} \cdot \left(\frac{p}{C} - c\right),$$

womit die allgemeine Gleichung der lotrechten Formänderungen in der Umgebung der Druckplatte gegeben ist.

Für die in Zusammenstellung XX verzeichneten Beobachtungsergebnisse folgt $K = 1899$, sodafs Gl. 26) für diesen Fall unter Berücksichtigung der früher ermittelten Werte geschrieben werden kann:

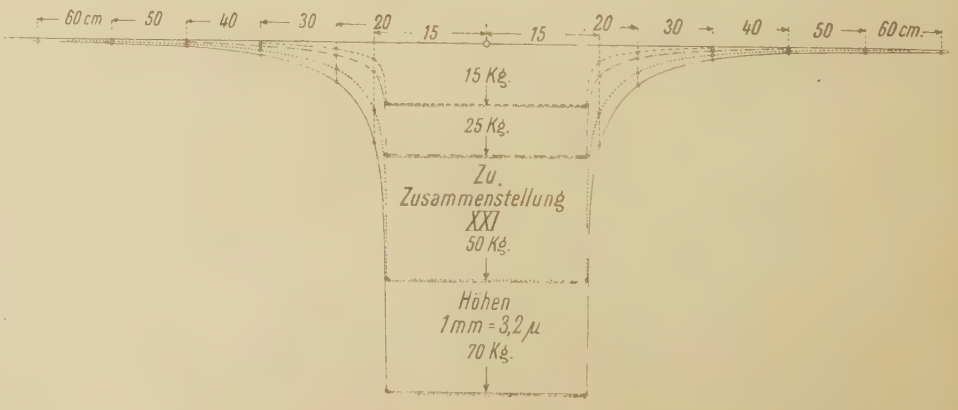
Gl. 27) . . $$y = \frac{1899}{(4{,}3 + x)^3} \cdot \left(\frac{p}{8{,}8} - 0{,}0015\right),$$

wonach die Einsenkungstiefen für die verschiedenen Belastungen und Abstände gerechnet und gleichfalls in Zusammenstellung XX eingeschrieben sind. Der Vergleich mit den Versuchszahlen liefert befriedigende Übereinstimmung; mathematische Übereinstimmung kann schon wegen des sich mit jeder neuen Belastung ändernden Verhaltens des Erdbodens nicht erwartet werden.

Das Ergebnis der mit Zusammenstellung XX und Abb. 16 angestellten Untersuchung wurde durch die Versuche mit anderen Druckplatten durchaus bestätigt. Diese sind in den Zusammenstellungen XXI bis XXIII und in den Textabb. 17 bis 19 wiedergegeben.

Zusammenstellung XXI enthält die mit der kreisförmigen Platte von 550 qcm Fläche gemachten Beobachtungen. Die Mittelwerte aus ihr ergaben die Einsenkungslinien der Textabb. 17, die ganz wie die in Textabb. 16 dargestellten ver-

Abb. 17.



Zusammenstellung XXI.

Kreisplatte 550 qcm.

Nr.	Belastung	Abstand vom Lastmittelpunkte in cm: 15	20	30	40	50	60	70
1	70 kg	43,8	17,3	6,2	2,6	1,8	1,4	0,4
2	„ „	41.0	16,6	6,1	2,7	2,0	1,1	0,4
3	„ „	41,8	16,3	5,8	2,6	2,0	1,0	0,4
4	„ „	41,5	16,4	6,3	2,6	1,0	1,4	0,5
	Im Mittel . .	42,0	16,7	6,1	2,6	1,7	1,2	0,4
Berechnet nach Gl. 28)		42,0	16,7	4,8	1,9	1,0	0,6	0,3
Berechnet nach Gl. 29)		42,0	16,7	4,8	1,9	1,0	0,6	0,3
5	50 kg	29.2	11.8	4,0	1,9	1,3	0,7	—
6	„ „	28.6	11,6	4,2	2,0	0,8	0,6	—
7	„ „	28,3	11,0	3,7	1,4	0,9	0,6	—
8	„ „	28,3	11,4	4,1	2,2	1,2	0,6	—
	Im Mittel . .	28,6	11 5	4,0	1,8	1,0	0,6	—
Berechnet nach Gl. 28)		28,6	11,6	3.3	1,3	0,7	0,4	—
Berechnet nach Gl. 29)		29.0	11,0	3,3	1,3	0,7	0,4	—
9	25 kg	12,6	4,9	1.8	0,7	0,6	—	—
10	„ „	12.6	4,9	2,0	0,9	0,5	—	—
11	„ „	12,6	5,0	1,5	0,6	0,6	—	—
12	„ „	12.5	5,0	1,8	0,9	0,6	—	—
	Im Mittel . .	12,6	5,0	1,8	0,8	0,6	—	—
Berechnet nach Gl. 28)		12,6	5,0	1,4	0,6	0,4	—	—
Berechnet nach Gl. 29)		13,5	5,4	1,5	0,6	0,4	—	—
13	15 kg	6,6	2,8	1,0	—	—	—	—
14	„ „	6,6	2,7	1,0	—	—	—	—
15	„ „	6,6	2,6	1,0	—	—	—	—
16	„ „	6,7	2.6	0,7	—	—	—	—
	Im Mittel . .	6,6	2,7	0,9	—	—	—	—
Berechnet nach Gl. 28)		6,6	2,6	0,8	—	—	—	—
Berechnet nach Gl. 29)		7,1	2,8	0,8	—	—	—	—

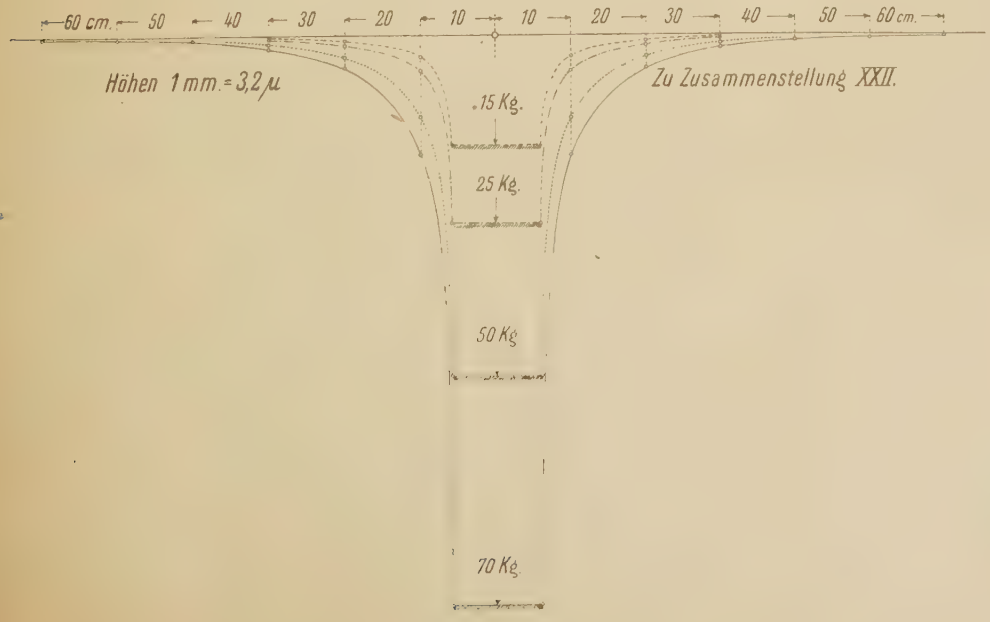
Zusammenstellung XXII.

Qradratplatte 137,5 qcm.

Nr.	Belastung	Abstand vom Lastmittelpunkte in cm: 10	20	30	40	50	60	70
1	70 kg	50,4	13,7	5,4	2,1	1,4	0,6	0,5
2	„ „	50,2	13,7	5,4	1.8	1,3	0,6	0,4
3	„ „	50,5	13,6	5,4	1,8	1,4	0,6	0,5
4	„ „	50,7	13,6	5,4	1,7	1,4	0,6	0,5
	Im Mittel . .	50,4	13,6	5,4	1,9	1,4	0,6	0,5
Berechnet nach Gl. 30)		50,4	13,6	5,5	2,7	1,5	0,9	0,6
Berechnet nach Gl. 31)		50,4	13,6	5,5	2,7	1,5	0,9	0,6
5	50 kg	35,4	9,4	3,5	1,6	0,8	0,3	—
6	„ „	34,6	8,8	3,5	1,4	0,8	0,3	—
7	„ „	34,3	8,8	3,5	1,3	0,6	0,3	—
8	„ „	34,6	8,8	3,6	1,2	0,7	0,3	—
	Im Mittel . .	34,7	9,0	3,5	1,4	0,7	0,3	—
Berechnet nach Gl. 30)		34,7	9,3	3,8	1,9	1,0	0,6	—
Berechnet nach Gl. 31)		35,3	9.5	3,8	1,9	1,1	0,7	—
9	25 kg	15.0	4,2	1.5	0.8	0,4	0,2	—
10	„ „	14.9	4,1	1,6	0,6	0,3	0,2	—
11	„ „	14.6	4,1	1,5	0,8	0.3	0.2	—
12	„ „	14,8	4,1	1,6	0,6	0,4	0,2	—
	Im Mittel . .	14,8	4,1	1,6	0,7	0,4	0.2	—
Berechnet nach Gl. 30)		14,8	4,0	1,6	0,8	0,4	0.3	—
Berechnet nach Gl. 31)		16,6	4,5	1,8	0,9	0,5	0,3	—
13	15 kg	9,0	2,3	0,6	0,4	0,3	—	—
14	„ „	8,9	2,4	0,7	0,3	0,2	—	—
15	„ „	9,1	2,6	0,8	0,3	0,3	—	—
16	„ „	9,0	2,5	0,6	0,3	0,2	—	—
	Im Mittel . .	9,0	2,5	0,7	0,4	0,3	—	—
Berechnet nach Gl. 30)		9,0	2,4	1,0	0,5	0,3	—	—
Berechnet nach Gl. 31)		9,1	2,5	1,0	0,5	0,3	—	—

laufen. In der Tat gelten dafür dieselben Gleichungen, und zwar sind die Wertziffern:

Abb. 18.



$$C = 9{,}8, \qquad K = 917,$$
$$c = 0{,}0007, \qquad k = -1{,}1,$$

sodafs das Verhältnis der Einsenkungstiefen entsprechend Gl. 24) gegeben ist durch

Gl. 28) . . . $$\frac{y}{y_1} = \frac{(x_1 - 1{,}1)^3}{(x - 1{,}1)^3},$$

und die Gleichung der Einsenkungslinie durch:

Gl. 29) $$y = \frac{917}{(x-1{,}1)^3}\left(\frac{p}{9{,}8} - 0{,}0007\right)$$

Die nach Gl. 28) und Gl. 29) gerechneten Werte sind in Zusammenstellung XXI eingeschrieben. Die Übereinstimmung mit den beobachteten Werten befriedigt.

Zusammenstellung XXII enthält die mit der quadratischen Platte von 137,5qcm Druckfläche gemachten Beobachtungen. Textabb. 18 stellt die Einsenkungslinien dar, die sich aus den Mittelwerten ergaben.

Die Wertziffern sind diesmal:

$C = 20{,}4$, $K = 1289$,
$c = 0{,}0010$, $k = 8{,}3$.

Daher die Gleichungen

Gl. 30) . . . . $\frac{y}{y_1} = \frac{(8{,}3 + x_1)^3}{(8{,}3 + x)^3}$,

Gl. 31) . . $y = \frac{1289}{(8{,}3 + x)^3} \cdot \left(\frac{p}{20{,}4} - 0{,}0010\right)$.

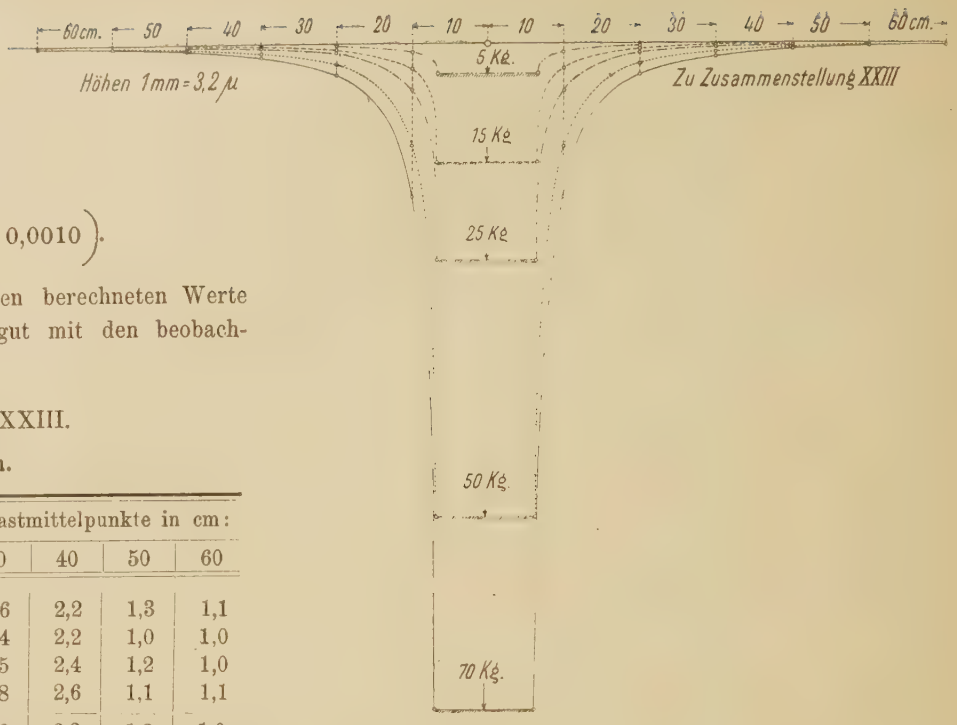
Die nach diesen beiden Gleichungen berechneten Werte stimmen nach Zusammenstellung XXII gut mit den beobachteten überein.

Zusammenstellung XXIII.

Kreisplatte 137,5 qcm.

Nr.	Belastung	Abstand vom Lastmittelpunkte in cm: 10	20	30	40	50	60
1	70 kg	64,5	13,2	5,6	2,2	1,3	1,1
2	„ „	64,2	13,0	5,4	2,2	1,0	1,0
3	„ „	64,1	13,0	5,5	2,4	1,2	1,0
4	„ „	64,6	12,9	5,8	2,6	1,1	1,1
	Im Mittel . .	64,3	13,0	5,6	2,3	1,2	1,0
	Berechnet nach Gl. 32) .	64,3	13,0	4,6	2,2	1,2	0,7
	Berechnet nach Gl. 33) .	64,3	13,0	4,6	2,2	1,2	0,7
5	60 kg	54,3	10,8	4,9	1,9	0,8	0,8
6	„ „	53,5	10,9	4,9	2,1	1,1	0,6
7	„ „	53,8	10,8	4,6	2,0	1,3	0,9
8	„ „	53,7	10,9	4,7	1,9	0,6	0,7
	Im Mittel . .	53,8	10,9	4,8	2,0	1,0	0,7
	Berechnet nach Gl. 32) .	53,8	10,9	3,9	1,8	1,0	0,6
	Berechnet nach Gl. 33) .	54,0	10,9	3,9	1,8	1,0	0,6
9	50 kg	43,8	8,3	4,1	1,7	0,7	0,5
10	„ „	43,0	8,4	3,8	1,4	0,7	0,5
11	„ „	42,6	8,5	3,1	1,6	0,9	0,5
12	„ „	42,4	8,4	3,2	1,4	0,6	0,5
	Im Mittel . .	43,0	8,4	3,5	1,5	0,7	0,5
	Berechnet nach Gl. 32) .	43 0	8,7	3,1	1,4	0,8	0,5
	Berechnet nach Gl. 33) .	44.7	9,0	3,2	1,5	0,8	0,5
13	25 kg	20,5	3,8	1,4	0,6	—	—
14	„ „	19,2	3,5	1,4	0,7	—	—
15	„ „	19,5	3,7	1.3	0,7	—	—
16	„ „	19,6	3,8	1,5	1,0	—	—
	Im Mittel . .	19,7	3,7	1,4	0,7	—	—
	Berechnet nach Gl. 32) .	19,7	4,0	1,4	0,7	—	—
	Berechnet nach Gl. 33) .	20,1	4,0	1,4	0,7	—	—
17	15 kg	10.9	2,2	0,8	0,6	—	—
18	„ „	10,1	2,0	0,6	0,5	—	—
19	„ „	10,6	2,1	0,6	0,4	—	—
20	„ „	10,1	2,0	0,6	0,5	—	—
	Im Mittel . .	10,4	2,1	0,6	0,5	—	—
	Berechnet nach Gl. 32) .	10,4	2.1	0,7	0,4	—	—
	Berechnet nach Gl. 33) .	10,3	2,1	0,7	0,3	—	—

Abb. 19.



Bei der in Zusammenstellung XXIII wiedergegebenen Versuchsreihe wurden die Einsenkungen auch für eine Belastung von 60 kg ermittelt. Die dieser entsprechende Einsenkungslinie wurde jedoch in Textabb. 19 nicht eingezeichnet, weil sie den übrigen Linien zu nahe lag.

Für die in Zusammenstellung XXIII aufgetragenen Beobachtungen ergeben sich die Wertziffern:

$C = 19{,}0$, $K = 736$,
$c = 0{,}0017$, $k = 4{,}2$,

daher die Gleichungen:

Gl. 32) . . . . $\frac{y}{y_1} = \frac{(4{,}2 + x_1)^3}{(4{,}2 + x)^3}$,

Gl. 33) . . $y = \frac{736}{(4{,}2 + x)^3}\left(\frac{p}{19{,}0} - 0{,}0017\right)$.

Auch hier stimmen die beobachteten Werte gut mit den nach Gl. 32) und Gl. 33) gerechneten überein.

Im Anschlusse an diese Betrachtung ist es auch am Platze, die von Herrn Prof. Föppl gefundenen und veröffentlichten Versuchswerte*) auf Gl. 24) hin zu prüfen.

Setzt man in dieser Gleichung $k = 10$, also

Gl. 34) . . . . $\frac{y}{y_1} = \frac{(10 + x_1)^3}{(10 + x)^2}$,

so ergeben sich für die Längen von:	20	40	60	80 cm
die nach Gl. 34) gerechneten Werte zu	18,5	4,0	1,4	0,6 μ
Beobachtet wurden	18,3	4,1	1,4	0,6 μ

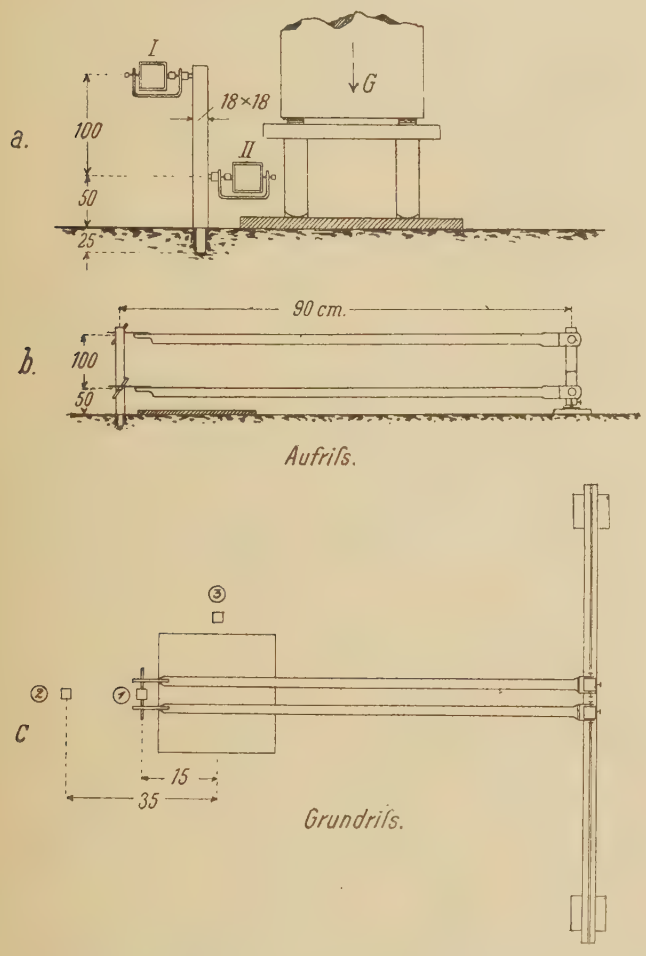
Also auch hier stimmen die beobachteten und die berechneten Werte gut.

*) Siehe S. 7.

B. In wagerechtem Sinne.

Auf Anregung des Herrn Professor Föppl untersuchte ich noch die Formänderungen, welche der Erdboden in wagrechtem Sinne in der Umgebung der belasteten Druckplatte erfährt. Zu dem Zwecke wurde die Versuchseinrichtung in folgender Weise abgeändert. An den Stellen, wo die wagrechten Verschiebungen oder Verdrehungen des Bodens gemessen werden sollten, wurde ein hölzerner Stab von 20 cm Länge und 18 × 18 mm Querschnitt $2^1/_2$ cm tief in den Boden gesteckt. An dem Stabe waren zwei Spiegelgeräte befestigt (Textabb. 20),

Abb. 20.



auf deren Hartgummiröllchen die an zwei Holzstäben befestigten Stahlfedern auflagen. Die Holzstäbe waren, zwischen Spitzen drehbar gelagert, an hölzernen Lagern festgehalten, die an dem Stege eines 2 m langen T-Eisens festgeschraubt waren. Das T-Eisen ruhte in genügender Entfernung von der belasteten Platte auf dem Boden, sodafs es von der Belastung nicht beeinflufst und als festliegend angesehen werden konnte.

Die Bewegung, welche der im Boden steckende Stab erfuhr, hatte durch das Abwälzen der Hartgummiröllchen auf den Stahlfedern der durch das T-Eisen festgehaltenen Holzstäbe eine Drehung der Spiegel zur Folge, die wieder in den Fernrohren beobachtet wurde.

Dadurch, dafs die Spiegel in verschiedener Höhe, 5 und 15 cm vom Boden entfernt, befestigt waren, bewirkte jede Verdrehung des Bodens an Spiegel I (Textabb. 20) eine gröfsere Drehung als an Spiegel II, aus dem beobachteten Unterschiede konnte auf die Gröfse der Bodenverdrehung und damit auch auf die Gröfse der wagrechten Verschiebung des Bodens geschlossen werden.

Zusammenstellung XXIV enthält die Versuchswerte, die mit der quadratischen Platte von 541,8 qcm Druckfläche zunächst an einer Stelle 1 (Textabb. 20c) 15 cm vom Platten- und Last-Mittelpunkte für drei verschiedene Laststufen erhalten wurden.

Zusammenstellung XXIV.

Nr.	Entfernung des Punktes vom Lastmittelpunkte	Belastung	Spieg I 15 cm vom Boden α	Spiegel II 5 cm vom Boden β	δ (μ)	Δ (μ)	φ' (Sek)	φ (Sek)	y_0 (μ)	y (μ)
1	15 cm	0,125 kg/qcm	33,7	23,5	—	—	—	—	—	—
2			36.4	23,3	—	—	—	—	—	—
3			36,5	23,8	—	—	—	—	—	—
4			36,4	23,3	—	—	—	—	—	—
5			36.4	23.1	—	—	—	—	—	—
6			36.9	23,5	—	—	—	—	—	—
		Mittel . .	36,0	23,4	6,3	17,1	27″	81″	95,5	25,2
7	15 cm	0,100 kg/qcm	28,3	18,1	—	—	—	—	—	—
8			27,1	18,5	—	—	—	—	—	—
9			24.4	16,6	—	—	—	—	—	—
10			25.0	17,0	—	—	—	—	—	—
11			25,6	16,7	—	—	—	—	—	—
12			24,0	16.0	—	—	—	—	—	—
		Mittel . .	25,7	17,1	4,3	12,8	18″	63″	75	19,8
13	15 cm	0,050 kg/qcm	9.3	6,3	—	—	—	—	—	—
14			7,4	5,4	—	—	—	—	—	—
15			7.6	5,5	—	—	—	—	—	—
16			7,6	5,6	—	—	—	—	—	—
17			7,5	5,3	—	—	—	—	—	—
18			7,3	5,3	—	—	—	—	—	—
		Mittel . .	7,8	5,6	1,1	4,5	5″	27″	31,5	8,3
19	35 cm	0,125 kg/qcm	0,6	1,5	—	—	—	—	—	—
20			0,6	1,5	—	—	—	—	—	—
21			1,0	1,2	—	—	—	—	—	—
22			0,6	1,4	—	—	—	—	—	—
		Mittel . .	0,7	1,4	—0,3	1,7	—1,5″	4,5″	95,5	3,0

Wird die Ablesung am Spiegel I mit α, am Spiegel II mit β und die am Spiegel II durch die Verdrehung allein hervorgebrachte Bewegung mit δ bezeichnet, so ergibt sich dessen wagrechte Verschiebung Δ aus der einfachen Beziehung:

$$\Delta + \frac{15}{5} \cdot \delta = \alpha$$

$$\Delta + \delta = \beta.$$

Daraus

$$\delta = \frac{\alpha - \beta}{2};$$

$$\Delta = \beta - \delta = \frac{3\beta - \alpha}{2}.$$

Der Drehwinkel φ' ergibt sich aus

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{\delta\,(\mu)}{5\,(\text{cm})} = \frac{\delta}{5 \cdot 10^4} = \frac{\alpha - \beta}{10^5}.$$

Derart wurden die Werte für δ, Δ und φ' bestimmt und in

Zusammenstellung XXIV eingeschrieben. Die erhaltenen Drehwinkel sollen nun noch mit jenen verglichen werden, die sich aus der Gleichung für die Einsenkungslinie rechnen lassen. Differenziert man Gl. 26)

$$y = \frac{K}{(k + x)^3}\left(\frac{p}{C} - c\right) = \frac{K \cdot y_0}{(k + x)^3}$$

nach x, so erhält man den Neigungswinkel

Gl. 35) . . . $\operatorname{tg} \varphi = - \frac{3 \cdot K \cdot y_0}{(k + x)^4}$.

Für die Tangente des Neigungswinkels φ' der Rechtwinkeligen gegen die Lotrechte folgt derselbe Wert mit umgekehrtem Vorzeichen.

Führt man in Gl. 35) die Werte ein, die für die Einsenkungslinie mit der quadratischen Platte von 550 qcm Druckfläche gefunden sind, so ergibt sich der Drehwinkel der Rechtwinkeligen zur Einsenkungslinie in dem 15 cm vom Lastmittel entfernten Punkte aus

Gl. 36) . . . $\operatorname{tg} \varphi = \frac{3 \cdot 1899}{(4 \cdot 3 + 15)^4} \cdot y_0$.

Die Senkung der Druckplatte y_0 wurde hier nicht eigens gemessen, liefs sich aber dem unmittelbar vorausgegangenen Versuche zur Bestimmung der Abhängigkeit der Senkungen von der Platten-Form und -Gröfse entnehmen. Mit derselben Druckplatte war nämlich für 0,1 kg/qcm die Senkung zuletzt zu 75 μ gefunden worden. Daraus wurden unter der Annahme, dafs die C und c dieselben geblieben sind, die Werte von y_0 auch für die anderen Belastungen gerechnet.

Setzt man diese Werte in Gl. 36) ein, so ergeben sich die Drehwinkel, die in Zusammenstellung XXIV in der Spalte φ eingetragen sind. Ein Vergleich mit den vorher gefundenen Winkelgröfsen φ' läfst die letzteren durchweg zu klein erscheinen. Da der Beobachtungspunkt nur 15 cm von der Lastmitte entfernt war, sich also schon in der Nähe der Platte befand, wo Gl. 25) gerade noch brauchbar, die durch Differenzieren daraus abgeleitete Gleichung aber bereits unzutreffende Werte liefert, so ist auf diesen Unterschied nicht sonderlich viel Gewicht zu legen.

Anders ist es mit der Beobachtung, die in 2 Textabb. 20 c in 35 cm Entfernung von Lastmittel gemacht wurde. Hier ergaben sich am Spiegel II gröfsere Ablesungen als am Spiegel I, also Verdrehungen im entgegengesetzten Sinn wie bei 1, die an sich unmöglich und unverständlich scheinen. Der beobachtete Drehwinkel φ' ergibt sich nach Zusammenstellung XXIV zu — 1,5″, der nach Gl. 36) gerechnete zu + 4,5″. Nach eingehender Prüfung aller in Betracht kommenden Fehlerquellen bleiben nur zwei Erklärungsmöglichkeiten.

Die Verdrehung des im Boden steckenden Stabes ist nur von dem Unterschiede in der Dehnung der oberen Bodenschichten gegenüber den unteren abhängig. Nimmt der Unterschied nicht in geradem Verhältnisse mit der Tiefe zu, so hängt der zum Ausdrucke gebrachte Drehwinkel von der Länge des im Erdboden steckenden Stabendes ab. Da diese Länge bei dem Versuche nur $2\,^1/_2$ cm betrug, so ist von diesem Umstande wohl ein ins Gewicht fallender Einfluss auf den Drehwinkel nicht zu erwarten.

Man gelangt daher zu der Annahme, die Ursache der zu klein gefundenen Drehwinkel in geringen Verdrückungen zu suchen, welche die das Stabende umschliefsenden Erdteilchen an der Oberfläche des Bodens und in deren Nähe erfahren haben. Diese Verdrückungen können teils schon vor dem eigentlichen Versuche stattgefunden haben, teils auch erst während des Versuches dadurch entstanden sein, dafs die Bewegungswiderstände, welche die Hartgummiröllchen auf den Stahlfedern erfuhren, hingereicht haben, die Mitteilung der an der Oberfläche stattfindenden gröfseren Bewegung an den Stab teilweise zu verhindern.

Die Gröfse der Verdrehung δ folgt aus den Ablesungen I und II wie zuvor, nur mit entgegengesetzten Vorzeichen; man erhält dann die wagerechte Verschiebung Δ, indem man die Verdrehung δ zur Ablesung am Spiegel II hinzuzählt. Die so erhaltenen Werte sind jedoch nach den vorausgegangenen Betrachtungen mit einiger Vorsicht aufzunehmen; jedenfalls wäre für die Beobachtung der wagerechten Verschiebung eine Nachprüfung am Platze.

Schliefslich wurde die Spiegelvorrichtung auch noch an der in Textabb. 20 c mit 3 bezeichneten Stelle angebracht, um zu untersuchen, ob die Belastung der Druckplatte auch eine Verschiebung des Bodens in der Richtung der zunächst liegenden Quadratseite eintritt. Eine nenneswerte Bewegung konnte hierbei nicht festgestellt werden.

Um einen Vergleich der vorstehend ermittelten wagerechten Verschiebungen mit den an derselben Stelle und zu gleicher Zeit erfolgten Einsenkungen zu ermöglichen, wurden letztere nach Gl. 26) gerechnet und ebenfalls in Zusammenstellung XXIV eingeschrieben. Man sieht, dafs die wagerechten Verschiebungen etwa um 30 bis 40 % hinter den lotrechten Formänderungen zurückbleiben; immerhin sind sie nicht unbedeutend. Freilich läfst der Vergleich der nach Gl. 36) berechneten und der unmittelbar beobachteten Drehwinkel φ, wonach die letzteren zu klein gefunden worden sind, darauf schliefsen, dafs die wagerechten Verschiebungen in Wirklichkeit etwas kleiner sein werden, als in Zusammenstellung XXIV angegeben.

VIII. Das Verhalten einer auf den Erdboden geschütteten Kiesbettung.

Um die bisherigen Versuchsergebnisse mit dem Verhalten einer Kiesbettung zu vergleichen, und um gleichzeitig die Bewegungen und Vorgänge in verschiedenen Tiefen des Bodens zu beobachten, wurden nach einander Kiesschichten von 15, 25, 35, 45 und 55 cm Höhe auf den bislang untersuchten Erdboden gebracht.

Der Kies wurde, um alle groben Stücke auszuscheiden, durch ein Sieb von 3 cm Maschenweite, und um auch den reichlich vorhandenen Sand zu entfernen, nochmals auf ein feinmaschiges Sieb geworfen. Der Boden, der bei andauernder Hitze an der Oberfläche ausgetrocknet und hart geworden war, wurde erst mit Wasser begossen; dann wurde der Kies aufgebracht und in Schichten von 5 zu 5 cm mit einem etwa 10 kg schweren Stampfer leicht überstampft.

Aus Textabb. 21 ist die Gestalt des aufgeschütteten Kiesbettes ersichtlich. Seine Grundfläche, ein Quadrat von 2 m Seitenlänge, war so grofs, dafs alle noch in Betracht kommenden Bewegungen innerhalb ihrer Begrenzung erfolgten. In Mitte

dieses Kiesbettes wurde die quadratische Platte von 541,8 qcm Druckfläche aufgelegt und eine satte Auflagerung dadurch erzielt, dafs im Auflager der Platte ganz feiner Kies aufgestreut und die Fläche durch wiederholtes Aufsetzen der Druckplatte

Abb. 21.

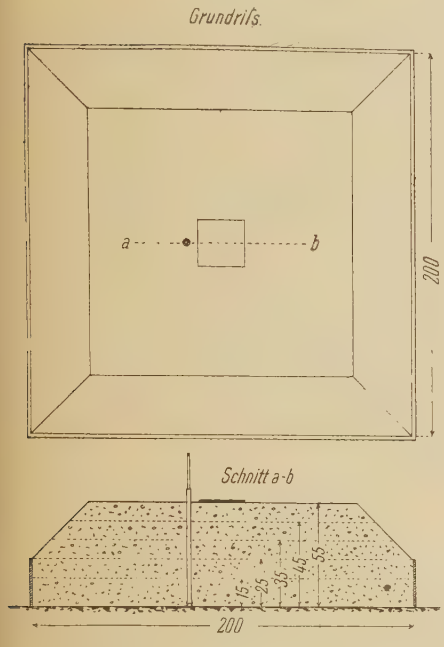
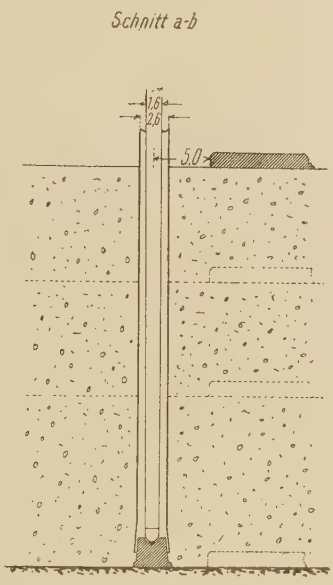


Abb. 22.



geebnet wurde. Die so geschaffene Auflage war der einer unterstopften Eisenbahnschwelle nicht unähnlich. Auf die Platte wurde wieder das T-Eisen aufgeschraubt, an diesem wurden wie früher die Holzstäbe befestigt und zu den Spiegelgeräten geführt, die ihrerseits an dem nach Bedarf höher gestellten, wagerechten Winkeleisen befestigt waren.

Um die bei der Belastung der Druckplatte entstehenden Senkungen des Bodens unter der Kiesbettung zu messen, war ein 25 mm weites Rohr aus Weifsblech vom Boden aus durch den Kies hochgeführt (Textabb. 21 und 22). In dem Rohre befand sich ein runder, 16 mm starker Holzstab, an dessen unterm Ende eine metallene Halbkugel befestigt war, während das obere Ende durch eine Stahlfeder mit einem der Spiegelgeräte in Verbindung gebracht werden konnte. Der Stab ruhte mittels eines besondern Auflagers auf dem Boden, das aus einem Stücke Tonschiefer schwach kegelförmig herausgearbeitet und oben mit einer kugelförmigen Vertiefung versehen war. In der Vertiefung befand sich ein kleines, ein wenig abgerundetes Metallplättchen, auf das sich der durch das Rohr herabgelassene Stab aufsetzte. Das Rohr war an seinem untern Ende gleichfalls kegelförmig erweitert, und safs, solange der Kies aufgeschüttet und überstampft wurde, fest auf dem Auflager auf. Dann wurde es etwas hochgezogen, was bei der glatten Aufsenfläche leicht war, worauf das Auflager völlig frei stand.

Nachstehend sind nun die Beobachtungsergebnisse für die verschiedenen Kieshöhen angeführt.

15 cm Kieshöhe.

Die Druckplatte wurde wieder erst mit 12,5 kg, dann mit 25, 50, schliefslich mit 70 kg wiederholt belastet, dabei wurden zuerst die Senkungen der Platte selbst, hierauf die des Untergrundes gemessen. Die Dauer einer jeden Belastung und Entlastung betrug wieder 45 Sekunden. Die beobachteten

Zusammenstellung XXV.

Nr.	Belastung	1. Versuchsreihe				2. Versuchsreihe			
		Platte		Untergrund		Platte		Untergrund	
		Senkung	Hebung	Senkung	Hebung	Senkung	Hebung	Senkung	Hebung
1	12,5 kg	10,6	10,3	2,6	2,6	8,2	7,4	2,2	2,1
2	„ „	10,6	10,4	2,8	2,6	7,5	7,0	2,0	2,0
3	„ „	10,5	10,2	2,8	2,6	7,4	7,8	2,0	2,0
4	„ „	10,3	10,3	2,8	2,8	7,6	7,3	2,0	2,0
5	„ „	10,2	10,0	2,8	2,8	7,5	7,7	1,8	2,0
6	„ „	—	—	2,8	2,8	7,7	8,1	2,0	2,0
7	„ „	—	—	2,8	2,8	7,8	7,5	1,9	1,8
8	„ „	—	—	3,0	2,8	8,2	8,2	2,0	2,0
	Mittel	10,4	10,2	2,8	2,8	7,7	7,6	2,0	2,0
9	25 kg	23,2	23,1	6,6	6,6	21,5	19,5	5,2	5,2
10	„ „	23,0	22,7	6,8	6,6	20,5	20,2	5,2	5,0
11	„ „	22,8	22,6	6,6	6,4	21,5	22,5	5,0	5,1
12	„ „	22,7	22,6	6,8	6,5	20,8	20,2	5,1	5,0
13	„ „	22,9	22,7	6,7	6,4	20,0	19,8	5,2	6,0
14	„ „	22,7	22,6	6,8	6,6	19,8	19,9	5,2	5,2
15	„ „	—	—	6,8	6,6	19,9	20,2	5,0	5,0
16	„ „	—	—	6,8	6,6	19,7	20,0	4,8	5,2
	Mittel	22,9	22,7	6,8	6,6	20,4	20,3	5,0	5,2
17	50 kg	50,4	49,8	15,0	14,6	48,9	44,1	12,2	11,6
18	„ „	49,8	49,0	14,9	14,6	43,6	43,9	11,0	10,8
19	„ „	49,8	49,4	14,8	14,6	44,2	43,8	10,8	11,5
20	„ „	49,2	48,9	14,6	14,5	43,6	43,7	11,1	11,2
21	„ „	49,0	48,8	14,8	14,4	43,4	43,2	11,2	11,1
22	„ „	48,9	48,8	14,8	14,2	43,1	43,1	11,6	11,4
23	„ „	—	—	14,8	14,0	43,4	43,2	10,8	11,2
24	„ „	—	—	14,8	14,4	42,9	42,9	11,0	11,2
	Mittel	49,5	49,1	14,8	14,4	44,1	43,5	11,2	11,2
25	70 kg	71,6	69,4	23,6	22,6	70,5	63,1	17,2	16,4
26	„ „	70,3	69,6	22,6	22,0	66,9	65,4	16,8	16,8
27	„ „	70,9	69,5	22,4	22,0	63,9	63,1	16,0	16,8
28	„ „	70,3	69,4	22,3	22,2	63,9	63,4	17,2	17,3
29	„ „	70,2	70,0	22,0	21,5	63,6	63,4	16,2	16,4
30	„ „	—	—	22,3	21,9	63,2	62,6	17,2	17,3
31	„ „	—	—	22,2	21,8	63,0	62,4	16,3	16,6
32	„ „	—	—	22,4	22,0	62,6	62,5	16,0	16,2
	Mittel	70,7	69,6	22,4	22,0	64,7	63,2	16,6	16,8
33	105 kg	—	—	—	—	103,8	96,5	28,6	27,4
34	„ „	—	—	—	—	97,4	96,2	27,8	27,8
35	„ „	—	—	—	—	96,6	96 6	27,7	27,7
36	„ „	—	—	—	—	96,5	95,2	27,2	26,8
37	„ „	—	—	—	—	95,9	95,0	27,2	27,1
38	„ „	—	—	—	—	95,2	94,9	27,3	27,6
39	„ „	—	—	—	—	95,0	94,8	27,0	26,6
40	„ „	—	—	—	—	94,2	94,2	27,2	26,8
	Mittel	—	—	—	—	96,8	95,4	27,6	27,2
41	125 kg	—	—	—	—	120,7	111,1	32,6	30,0
42	„ „	—	—	—	—	115,0	113,2	31,0	30,2
43	„ „	—	—	—	—	116,0	113,2	31,4	30,2
44	„ „	—	—	—	—	115,0	112,4	31,2	30,1
45	„ „	—	—	—	—	114,5	112,7	30,4	29,6
46	„ „	—	—	—	—	115,0	113,4	30,8	30,0
47	„ „	—	—	—	—	104,4	115,3	30,4	30,1
48	„ „	—	—	—	—	—	—	31,1	30,4
	Mittel	—	—	—	—	114,4	113,0	31,2	30,0

Formänderungen sind in Zusammenstellung XXV unter »1. Versuchsreihe« angegeben und zwar enthalten die »Platte« überschriebenen Spalten die Senkungen und Hebungen der Druckplatte selbst, die nächsten beiden die Formänderungen des Untergrundes 15 cm tief unter der Platte an einem Punkte, der 5 cm vom Rande der Druckplatte oder 16,5 cm von Lastmitte entfernt war (Textabb. 22).

Man sieht aus der Zusammenstellung, dafs die Hebung bei jeder Belastung hinter der Senkung zurückbleibt, sodafs jedesmal an der Platte und am Untergrunde eine bleibende Formänderung entsteht. Man erkennt ferner, dafs die bleibende Verdrückung mit der Belastung zunimmt und bei der erstmaligen Belastung ein und derselben Laststufe stets am gröfsten ist, ganz so, wie dies am Erdboden selbst gefunden und genauer untersucht ist. Man erkennt auch, dafs die bleibenden Verdrückungen, ebenso wie die elastischen am Untergrunde wesentlich kleiner sind, als an der Platte.

Trägt man in einem Achsenkreuze die Belastungen wieder als Längen, die Mittelwerte aus den beobachteten Senkungen und Hebungen derselben Laststufe als Höhen auf, so erhält man die in Textabb. 22 wiedergegebenen, stark ausgezogenen Schaulinien, welche die Abhängigkeit der Formänderungen von den Lasten für den Untergrund und die Platte darstellen. Man sieht, dafs die Schaulinien mit ziemlicher Annäherung durch eine Gerade ersetzt werden können, sodafs ihre Gesetzmäfsigkeit nach Gl. 14) gegeben ist durch

$$y = \frac{p}{C} - c.$$

Für die erste Versuchsreihe ergeben sich:

an der Platte

die Werte . . . . . $C_1 = 17{,}5$; $c_1 = 0{,}00033$,

daher . . . . . $y_1 = \frac{p}{17{,}5} - 0{,}00033$,

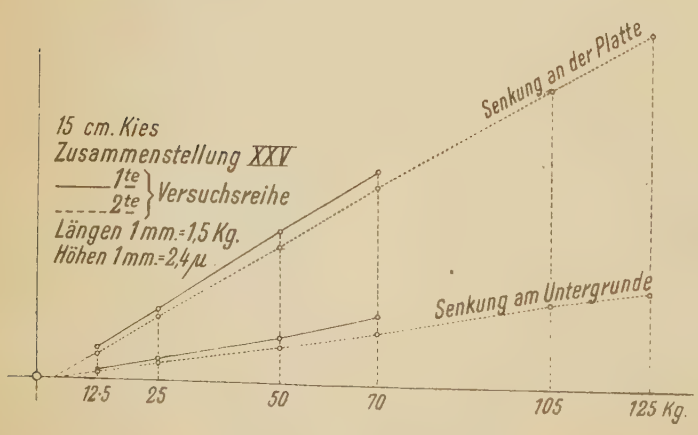
am Untergrunde

die Werte . . . . . $C_1' = 56{,}8$; $c_1' = 0{,}00012$,

daher . . . . . $y_1' = \frac{p}{56{,}8} - 0{,}00012$.

Bei der zweiten Versuchsreihe wurden die Belastungen bis auf 125 kg vermehrt. Die beobachteten Formänderungen sind in die übrigen Spalten der Zusammenstellung XXV eingetragen. Die Mittelwerte aus den Senkungen und Hebungen derselben Laststufe ergaben in Textabb. 23 die gestrichelten Schaulinien,

Abb. 23.



die wieder mit genügender Annäherung durch Gerade ersetzt werden können.

Für die Platte folgt

$$C_2 = 19{,}5; \quad C_2 = 0{,}00038;$$

daher $y_2 = \frac{p}{19{,}5} - 0{,}00038;$

für den Untergrund

$$C_2' = 72{,}5; \quad c_2' = 0{,}00011.$$

daher $y_2' = \frac{p}{72{,}5} - 0{,}00011;$

Aus den für die erste und zweite Versuchsreihe gefundenen Werten lassen sich Mittelwerte berechnen nach der geometrischen Beziehung:

$$C_m = \frac{c_1 C_1 + c_2 C_2}{c_1 + c_2} \quad \text{und} \quad c_m = \frac{c_1 + c_2}{2}.$$

Danach folgt für das Planum als Mittel beider Versuchsreihen:

$$C = 18{,}5; \qquad c = 0{,}00036.$$

Gl. 37) . . . $y = \frac{p}{18{,}5} - 0{,}00036,$

für den Untergrund

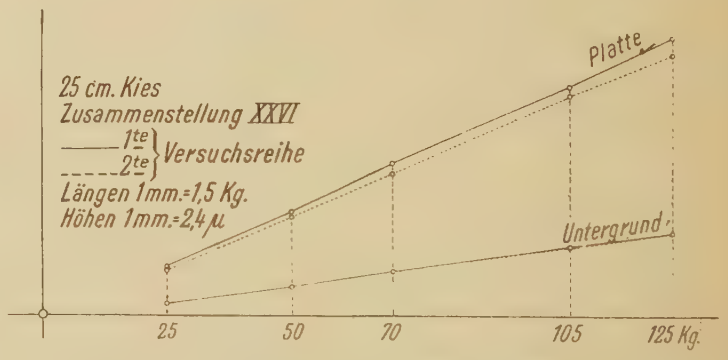
$$C' = 64{,}2; \qquad c' = 0{,}00012,$$

Gl. 38) daher $y' = \frac{p}{64{,}2} - 0{,}00012.$

25 cm hohe Kiesbettung.

Auch hier wurden zwei Versuchsreihen durchgeführt, deren Ergebnisse in Zusammenstellung XXVI verzeichnet sind. Die Mittelwerte aus den Senkungen und Hebungen ergeben in Textabb. 24 die stark ausgezogenen Schaulinien für die erste, die gestrichelten für die zweite Versuchsreihe.

Abb. 24.



Werden die Schaulinien wieder durch Gerade ersetzt, so erhält man für die

1. Versuchsreihe

an der Platte $C_1 = 25{,}6$; $c_1 = 0{,}00028$.

am Untergrunde $C_1' = 82{,}8$; $c_1' = 0.00020$;

2. Versuchsreihe

an der Platte $C_2 = 26{,}6$; $c_2 = 0{,}00032$,

am Umtergrunde $C_2' = 81{,}5$; $c_2' = 0{,}00024$.

Daraus ergeben sich die mittlern Werte:

an der Platte $C = 26{,}2$; $c = 0{,}00030$,

Gl. 39) daher $y = \frac{p}{26{,}2} - 0{,}00030;$

am Untergrunde $C' = 82{,}1$; $c' = 0{,}00022$,

Gl. 40) daher auch $y' = \frac{p}{82{,}1} - 0{,}00022.$

Zusammenstellung XXVI.

Nr.	Belastung	1. Versuchsreihe				2. Versuchsreihe			
		Platte		Untergrund		Platte		Untergrund	
		Senkung	Hebung	Senkung	Hebung	Senkung	Hebung	Senkung	Hebung
1	25 kg	16,4	15,6	3.8	3,4	16.8	14,6	3,6	3,6
2	„ „	15,5	15,5	3,0	3,6	14,2	13,6	3,6	3,6
3	„ „	15,4	15,0	3,7	4,0	14,0	13,8	3.5	3.4
4	„ „	15,1	15.5	3,6	3,6	14,2	13,7	3,6	3,5
5	„ „	15,5	15,4	3.3	3,2	13,8	13,5	3,6	3,4
6	„ „	15,3	15,2	3.6	3,5	13,7	13.5	3,6	3,4
7	„ „	15,1	14,9	3,4	3,4	13,7	13.4	3,6	3,4
8	„ „	15.3	15,0	3,2	3,2	13,6	13,3	3,4	3,2
	Mittel	15,4	15,3	3,4	3,4	14,2	13,7	3,6	3,4
9	50 kg	34,5	33,3	9,2	8,6	33,3	31,5	9,4	8,8
10	„ „	33,7	33.2	9,0	9,0	31.6	31,3	9,2	8,8
11	„ „	33,0	33,0	9,1	9,0	31,7	31,0	9,2	9,0
12	„ „	33,1	33,0	8,8	8,8	31,4	30,8	9,1	8,7
13	„ „	33.1	33,0	8,8	8,9	31,1	31,0	9,0	8,6
14	„ „	32,9	32,7	9,1	9,3	31,1	30,9	8,8	8,4
15	„ „	32.7	32,6	8,8	8,8	30,8	30.3	9,0	8,8
16	„ „	32.7	32,6	9,0	9,0	30,6	30,2	9,0	9,0
	Mittel	33.2	32.9	9,0	9,0	31.4	30.9	9,0	8,8
17	70 kg	54.1	48,7	15,2	14,0	46,8	44,9	15,2	13,6
18	„ „	49,6	48.2	14,2	14,0	46,2	45,0	14,8	13 6
19	„ „	48,8	48,1	14,1	13,9	46,4	45,4	14.4	14,0
20	„ „	48,5	47,7	13,8	13,6	46,1	45,0	14,2	13.7
21	„ „	47,8	47,4	13.9	14,0	45.5	44.9	14,3	13.8
22	„ „	47,4	47,4	14,2	14,0	45,0	44,2	14,2	14,0
23	„ „	48,0	47,2	13,8	13,8	45,1	44,1	14,4	14.0
24	„ „	47,3	47.8	14,0	14,0	44,8	44.2	14,2	13,9
	Mittel	48,9	47,8	14,2	14,0	45,7	44,7	14,4	13,8
25	105 kg	76.8	73,0	22,0	21,2	73,0	99,5	20,8	21,2
26	„ „	74,0	72,6	21,4	21,2	70,9	69,5	21,8	21,2
27	„ „	73,4	72,2	21,2	21,3	70,1	69,0	22,0	21,4
28	„ „	72,7	71,8	21,2	21,2	70,2	68,8	21,6	21,2
29	„ „	72,6	71,7	21,2	21,2	69,5	68,9	21,6	21,0
30	„ „	71,9	71,6	21,3	21,4	69,7	68,5	21,6	21,2
31	„ „	72,2	71,6	21,4	21,4	69,3	68,2	22,0	21,0
32	„ „	72,0	70,0	21,8	21,8	69.3	68,9	21,6	21.2
	Mittel	73,2	71,9	21,4	21,4	70,2	68,9	27,0	21,2
33	125 kg	99,5	91,1	27,2	26,0	91,2	80,2	27,0	25,6
34	„ „	90.0	85,9	26,4	25,6	83,6	80,0	26,8	25,8
35	„ „	89,4	86,3	26,0	26,0	83,0	80,4	27,0	26.0
36	„ „	88,3	85,9	26,0	26,0	83.0	80,9	26,2	26,0
37	„ „	89,0	86,3	26,0	26,0	83,0	80,7	26,4	26,0
38	„ „	87,0	85,2	26,0	26,0	82,6	80.7	26,4	25,6
39	„ „	87,2	85,4	26,0	25,9	82,6	81,3	26,6	26,0
40	„ „	87,0	85,7	25,8	25,8	82,6	81,1	26,8	25,8
	Mittel	89,7	86,5	26,2	26,0	83,9	80,7	26,6	25,8

Zusammenstellung XXVII.

Nr.	Belastung	1. Versuchsreihe				2. Versuchsreihe			
		Platte		Untergrund		Platte		Untergrund	
		Senkung	Hebung	Senkung	Hebung	Senkung	Hebung	Senkung	Hebung
1	25 kg	17,1	15,5	2,0	2,0	17,7	15,8	1,6	1,5
2	„ „	15,8	15,6	1,8	1,8	15,8	15,6	1,6	1,6
3	„ „	15,8	15,8	1,8	1,8	15,8	15,8	1,6	1,4
4	„ „	15.5	15,1	1,8	1,8	15,7	15,5	1,4	1,4
5	„ „	15,3	15,4	1,8	1,8	15.5	15,4	1,4	1,6
6	„ „	15,4	15,3	1,8	1,8	15.6	15,6	1,2	1,4
7	„ „	15,3	15,6	1,8	1,8	15,7	15,6	1,4	1,3
8	„ „	15,7	15,4	1,8	1,8	15,2	15,4	1.2	1,2
	Mittel	15,7	15,5	1,8	1,8	15,9	15,6	1,4	1,4
9	50 kg	33,7	32,3	6,2	5,2	32,6	31,4	4,6	4,4
10	„ „	32.6	32,1	5,2	4,8	31.3	31,0	4,4	4,2
11	„ „	32.0	32,0	4,8	4,8	31,0	30,7	4,3	4,0
12	„ „	32.0	31,8	5,0	4,8	30,6	30,7	4,4	4,1
13	„ „	31,8	31,7	5.0	5,0	30,6	30.5	4,2	4.0
14	„ „	31,8	31,8	5,0	5,0	30,4	30,5	4,4	4,0
15	„ „	31,8	31,6	5,0	4,8	30,5	30,5	4,4	4,2
16	„ „	31.8	31,4	5,0	5.0	30,4	30,3	4,4	4,0
	Mittel	32,2	31,8	5.2	5,0	30,9	30,7	4.4	4,0
17	70 kg	47.7	44,2	9,4	7,6	43,5	42,2	8,6	7,0
18	„ „	45,1	44,0	8,4	7,6	42,7	41,5	8,4	7,0
19	„ „	44,6	44,0	8,4	7,6	42,2	41,9	8.3	7,4
20	„ „	44,3	43,9	8,0	7,6	42,2	41,6	8,6	7,4
21	„ „	44,2	43,9	8,2	8,0	41,8	41,4	8,2	6,8
22	„ „	44,2	43,7	8,1	7,8	41,2	41,4	8.2	7,4
23	„ „	43.9	43,8	8,4	8,0	41,7	41,6	8,1	7,2
24	„ „	43,6	43,4	7,8	7,8	41,0	41,4	8,0	7,6
	Mittel	44,7	43,9	8,4	7,8	42,0	41.6	8.2	7.2
25	105 kg	68,7	67,4	12,6	11,6	62,4	61.2	12,8	12,8
26	„ „	68,2	66.7	11,8	11,5	61,0	60,2	13,0	12 8
27	„ „	66,7	66,6	12,1	11,8	61,0	60,6	13.2	13,2
28	„ „	67,0	66,7	11.6	11,5	60,8	61,0	13,5	12.6
29	„ „	67,2	66,1	11,4	11,4	60,4	60.9	12,8	12,2
30	„ „	65,8	65,4	11,4	11,4	60,7	60,7	12,8	12,8
31	„ „	65,6	65,5	11.5	11,4	60,3	59.9	12,4	12,4
32	„ „	65.6	65,3	11,6	11,4	59,5	59.8	13,1	13,0
	Mittel	66,8	66,1	11,8	11,4	60,8	60,5	13.0	12,8
33	125 kg	90,6	79,4	17,0	14,4	83,7	68,9	18.0	16,4
34	„ „	81,2	79,0	15,2	14,6	71,3	69,4	17,2	15,2
35	„ „	81,0	78,2	15,3	14,4	69,4	68,4	17,1	15,2
36	„ „	80,5	79,0	15,0	14,4	70,6	69,8	17,2	15 6
37	„ „	80,1	78,6	15.4	14,6	70.6	70,6	17,0	15,6
38	„ „	78,7	77,2	14,8	14.5	70,3	69,6	17,2	16,6
39	„ „	78,0	77,0	14,8	14,2	70,0	69,7	16,8	15,6
40	„ „	78,3	76,9	14,8	14,2	70,1	69,4	15.6	15,4
	Mittel	81,0	78,2	15,2	14,4	72,0	69,5	17,0	15,8

35 cm hohe Kiesbettung.

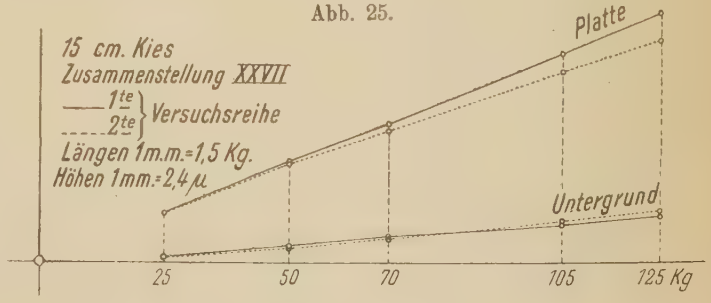
Die Ergebnisse mit 35 cm Kies sind in Zusammenstellung XXVII angegeben. Die Mittelwerte führten zu den Schaulinien der Textabb. 25. Für die Gleichungen der angenommenen Geraden erhält man aus der

1. Versuchsreihe

an der Platte $C_1 = 28{,}8$; $c_1 = 0{,}00004$,

am Untergrunde $C_1' = 143$; $c_1' = 0{,}00015$;

Abb. 25.



2. Versuchsreihe

an der Platte $C_2 = 33{,}3$; $c_2 = -0{,}00030$,

am Untergrunde $C_2' = 128$; $c_2' = 0{,}00022$.

Aus beiden Versuchsreihen ergeben sich die Mittelwerte:

an der Platte $C = 32{,}8$; $c = -0{,}00013$,

Gl. 41) daher $y = \frac{p}{32{,}8} + 0{,}00013$,

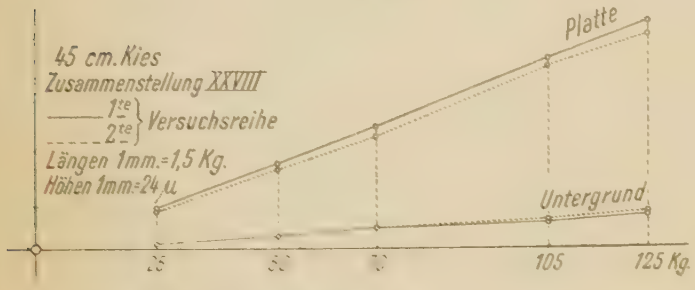
am Untergrunde $C' = 134$; $c' = 0{,}00018$,

Gl. 42) daher $y' = \frac{p}{134} - 0{,}00018$.

45 cm hohe Kiesbettung.

Zusammenstellung XXVIII enthält die Beobachtungsergebnisse der beiden mit 45 cm Kies ausgeführten Versuchsreihen.

Abb. 26.



Textabb. 26 zeigt ihre Auftragung. Für die Geradengleichungen erhält man diesmal für die

1. Versuchsreihe

an der Platte $C_1 = 31{,}4$; $c_1 = 0{,}00020$,

am Untergrunde $C_1' = 228$; $c_1' = 0{,}00004$;

2. Versuchsreihe

an der Platte $C_2 = 32{,}8$; $c_2 = 0{,}00028$,

am Untergrunde $C_2' = 190$; $c_2' = 0{,}00010$.

Daraus ergeben sich die Mittelwerte:

an der Platte $C = 32{,}2$; $c = 0{,}00024$,

Gl. 43) daher $y = \frac{p}{32{,}2} - 0{,}00024$,

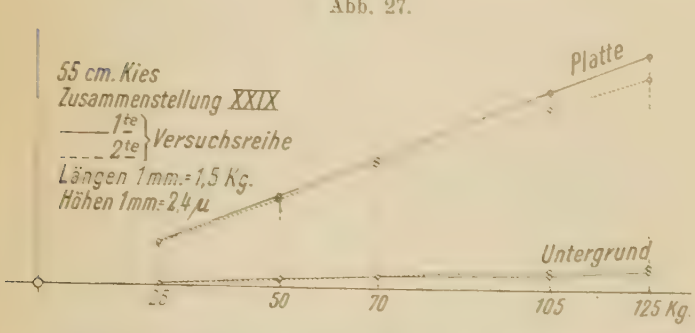
am Untergrunde $C' = 201$; $c' = 0{,}00007$,

Gl. 44) daher $y' = \frac{p}{201} - 0{,}00007$.

55 cm hohe Kiesbettung.

Die mit 55 cm Kies gemachten Beobachtungen sind in Zusammenstellung XXIX aufgeführt und haben die Schaulinien

Abb. 27.



der Textabb. 27 ergeben. Die Werte in den Gleichungen der Geraden sind für die:

Zusammenstellung XXVIII.

Nr.	Belastung	1. Versuchsreihe Platte Senkung	1. Versuchsreihe Platte Hebung	1. Versuchsreihe Untergrund Senkung	1. Versuchsreihe Untergrund Hebung	2. Versuchsreihe Platte Senkung	2. Versuchsreihe Platte Hebung	2. Versuchsreihe Untergrund Senkung	2. Versuchsreihe Untergrund Hebung
1	25 kg	13,6	13,3	2,0	1,2	12,3	11,9	1,6	1,2
2	„ „	13,2	13,5	1,2	1,2	11,6	11,6	1,0	1,4
3	„ „	13,4	13,5	1,2	1,4	11,4	11,8	1,4	1,4
4	„ „	13,3	13,0	1,2	1,4	11,3	11,3	1,4	1,6
5	„ „	12,9	12,9	1,2	1,2	11,8	11,5	1,4	1,4
6	„ „	13,0	13,3	1,2	1,2	11,3	11,9	1,4	1,4
7	„ „	13,3	13,1	1,2	1,2	11,9	12,4	1,4	1,4
8	„ „	13,0	12,6	1,2	1,2	11,8	12,1	1,2	1,4
	Mittel	13,2	13,2	1,2	1,2	11,7	11,8	1,4	1,4
9	50 kg	29,0	27,6	3,4	3,4	25,7	25,4	4,0	3,8
10	„ „	27,4	27,2	3,4	3,4	24,9	25,5	3,6	3,8
11	„ „	27,3	27,2	3,2	3,4	25,4	25,2	3,4	3,6
12	„ „	27,3	27,1	3,4	3,6	24,8	24,4	3,6	3,6
13	„ „	27,0	26,9	3,4	3,4	24,2	24,5	3,6	3,6
14	„ „	26,7	26,6	3,4	3,5	24,2	25,0	3,6	3,6
15	„ „	26,7	26,7	3,4	3,5	24,6	24,9	3,6	3,6
16	„ „	26,6	26,6	3,5	3,4	24,6	25,0	3,6	3,6
	Mittel	27,2	27,0	3,4	3,4	24,8	25,0	3,6	3,6
17	70 kg	43,3	38,6	7,0	5,2	37,4	35,9	5,2	5,6
18	„ „	39,2	38,6	6,0	5,4	36,0	35,8	5,8	5,6
19	„ „	39,0	39,0	6,0	5,6	35,7	35,6	5,4	5,4
20	„ „	39,6	38,6	5,8	5,6	35,5	35,4	5,6	5,4
21	„ „	38,2	38,5	6,0	5,4	35,6	35,7	5,6	5,6
22	„ „	38,6	37,9	5,6	5,4	35,4	35,0	6,0	5,8
23	„ „	38,1	38,4	5,4	5,4	34,8	35,0	5,8	5,8
24	„ „	38,3	38,4	5,6	5,4	34,6	34,8	6,0	6,0
	Mittel	39,3	38,5	6,0	5,4	35,6	35,4	5,6	5,6
25	105 kg	64,2	60,2	7,8	7,8	62,6	58,5	9,0	8,8
26	„ „	61,4	60,2	7,4	7,6	58,2	57,8	8,8	9,0
27	„ „	60,9	59,8	7,0	7,4	58,6	58,0	9,2	9,2
28	„ „	60,5	59,9	7,2	7,3	57,8	57,8	8,4	8,8
29	„ „	59,9	60,4	7,4	7,6	58,0	58,0	8,8	9,0
30	„ „	61,0	59,4	7,2	7,6	58,0	57,6	8,4	8,6
31	„ „	60,0	59,4	7,3	7,6	57,5	57,4	8,6	8,6
32	„ „	59,9	59,3	7,2	7,4	57,3	57,4	8,4	8,4
	Mittel	61,0	59,8	7,4	7,6	58,5	57,8	8,8	8,8
33	125 kg	84,6	70,6	11,6	9,8	77,1	64,9	12,4	10,8
34	„ „	74,2	71,0	10,0	9,6	67,9	65,8	11,6	11,2
35	„ „	73,4	70,6	10,1	9,8	67,8	66,0	11,6	11,2
36	„ „	72,2	69,8	10,0	9,8	67,5	65,8	11,6	11,0
37	„ „	71,6	69,8	9,8	9,7	67,1	66,0	11,4	11,0
38	„ „	71,2	69,3	10,0	10,0	66,8	66,6	11,0	10,8
39	„ „	70,5	69,0	9,9	9,8	67,6	65,8	11,2	11,2
40	„ „	71,0	69,3	9,6	9,8	67,8	66,2	11,2	10,8
	Mittel	73,6	69,9	10,2	9,8	68,7	65,9	11,4	11,0

1. Versuchsreihe

an der Platte $C_1 = 29{,}8$; $c_1 = 0{,}00017$,

am Untergrunde $C_1' = 385$; $c_1' = 0{,}0$:

2. Versuchsreihe

an der Platte $C_2 = 32{,}9$; $c_2 = 0{,}00012$,

am Untergrunde $C_2' = 254$; $c_2' = 0{,}00015$.

Aus den beiden Versuchsreihen erhält man die Mittelwerte:

Zusammenstellung XXIX.

Nr.	Belastung	1. Versuchsreihe				2. Versuchsreihe			
		Platte		Untergrund		Platte		Untergrund	
		Senkung	Hebung	Senkung	Hebung	Senkung	Hebung	Senkung	Hebung
1	25 kg	14,9	13,7	0,6	0,8	14,0	13,2	0,6	0,4
2	„ „	13.7	14,2	0,7	1,0	12,7	12,6	0,4	0,4
3	„ „	14.5	14,2	0,8	1,0	12.3	12.9	0,4	0,4
4	„ „	14.2	14,0	0,6	1,0	12,7	12,5	0.4	0,4
5	„ „	13,6	14,0	0,6	0,6	12,8	13,1	0,6	0,4
6	„ „	13,9	13,8	0,6	0,8	13,2	12,9	0,4	0,4
7	„ „	13,9	13,4	0,6	0,6	12,7	13,0	0,4	0.4
8	„ „	13.5	13,8	0.6	0,8	12,9	13,5	0,4	0,4
	Mittel	14,0	13,9	0,6	0,8	12,9	13,0	0,4	0,4
9	50 kg	30.7	29,8	2,8	2,8	29,7	28,3	2.2	2,0
10	„ „	29,4	29,4	2,2	2,6	28,4	28,5	2,2	2,0
11	„ „	29,4	29,4	2,6	2,4	28,3	28,7	2,0	2,0
12	„ „	29.4	29.3	2,2	2 6	29,0	28,7	1,8	1,8
13	„ „	29,4	29 4	2,6	2,6	27.9	27,8	2,2	2,0
14	„ „	29,1	29,0	2,4	2,8	27,8	27,7	1,6	2,0
15	„ „	29.0	28,9	2.2	2,4	27,8	27,6	2,0	1,8
16	„ „	28,8	28,9	2,2	2.2	27,7	27,6	1,7	1,8
	Mittel	29,4	29,3	2.4	2,6	28,0	28,1	2,0	2,0
17	70 kg	43,8	41,8	4,2	3.6	40,7	39,9	5,2	3,4
18	„ „	42 3	42,0	4,4	3,8	40,1	39,7	3,8	3,2
19	„ „	42,0	41,5	4,4	3.6	39,8	39,6	3,7	3,2
20	„ „	41,5	41,4	4,0	3,6	40.0	39,6	4,0	3,0
21	„ „	41,5	41,4	3,8	3,6	39.5	40,2	3,8	3,2
22	„ „	41,3	41,1	3,8	3,6	40.3	39,9	3,6	3,4
23	„ „	41,2	40,9	3,6	3,8	39,7	38,9	3,6	3,4
24	„ „	40,9	40,7	3,6	3,6	39,4	39,8	3,6	3.2
	Mittel	41,8	41,4	4,0	3,6	39,9	39,7	3,8	3,2
25	105 kg	69,0	64,6	5,0	5,0	60,3	58,1	6,8	5,6
26	„ „	65,0	64,2	3,6	4,4	58,7	58,2	6,2	6,0
27	„ „	64,5	63,8	4,4	4,6	59,3	58,6	6,6	6,0
28	„ „	64,0	63,4	4,4	4,4	59,1	58,9	6,2	6,0
29	„ „	64,0	63,3	5,2	4,0	57,8	57,4	6,0	6,0
30	„ „	63,6	63,2	3,6	4,4	58,0	57,7	6,2	6,0
31	„ „	64,0	63,0	4,4	4,6	58,0	57,4	6,2	6,2
32	„ „	61,9	61,8	4,4	4,8	57,8	57,4	6,2	6.2
	Mittel	64,5	63,4	4,4	4,6	58,6	58,0	6,4	6,0
33	125 kg	85,0	74,1	6,8	5,8	73,6	66,2	9,1	6,9
34	„ „	80,0	74,9	6,2	6,0	68,5	66,1	9,0	6,8
35	„ „	75,9	74,6	6,6	6,6	67,6	66,5	8,3	7,0
36	„ „	76,3	74,2	6,0	6,0	67,5	66,4	8,5	7,0
37	„ „	75,1	73,9	6,2	6,2	68.0	67,0	8,3	7,4
38	„ „	75,1	73,4	5,2	6,0	67,6	66,8	8,6	7,4
39	„ „	74,0	73,2	5,6	6,0	67,8	67,0	8,3	7,4
40	„ „	74,5	73,0	5,8	6,0	67,2	66,4	8,2	7,6
	Mittel	77,0	73,9	6,0	6,0	68,5	66,6	8,5	7,2

an der Platte $C = 31{,}1$; $c = 0{,}00015$,

Gl. 45) daher $y = \frac{p}{31{,}1} - 0{,}00015$,

am Untergrunde $C' = 326$; $c' = 0{,}00007$,

Gl. 46) daher $y' = \frac{p}{326} - 0{,}00007$.

Man kann die für verschiedene Lasten und Kieshöhen beobachteten Formänderungen nach den Zusammenstellungen XXV bis XXIX noch zu einer andern Darstellung verwenden, so dafs sie als Abhängige von den verschiedenen Kieshöhen erscheinen.

Dies ist in Textabb. 28 für die an der Platte, in Textabb. 29 für die am Untergrunde beobachteten Formänderungen geschehen. Hier sind die Kieshöhen als Längen, die Mittelwerte aus Senkung und Hebung als Höhen aufgetragen. Durch Verbindung der Punkte, die den Formänderungen ein und derselben Last bei verschiedener Kieshöhe entsprechen, erhielt man die aus geraden Stücken zusammengesetzten Schaulinien der Textabb. 28 und 29, welche zeigen, wie die Formänderungen an der Platte und am Untergrunde mit zunehmender Höhe der Kiesbettung abnehmen.

In Textabb. 28 wurde versucht, die gebrochenen Schaulinien durch stetige zu ersetzen, die dem Verlaufe der gebrochenen Linien zwar möglichst angepafst, sonst aber ziemlich willkürlich eingezeichnet wurden, so dafs es sich nicht empfiehlt, Schlüsse aus ihrer Form zu ziehen. Diese in der Abbildung fein ausgezogenen Linien sind Ellipsenbogen des gemeinsamen Mittelpunktes in $x = 48$ cm, $y = 132\ \mu$, während die Hauptachsen der Ellipsen die Richtung der Kreuzachsen haben. Wegen dieser Lage der Bogen erreichen die Höhen alle bei der Länge des Mittelpunktes $x = 48$ cm ihren Kleinstwert. Für jede bestimmte Belastung tritt also die kleinste Formänderung an der Platte bei einer Bettungstärke von 48 cm auf.

Das Ergebnis kann nicht überraschen. Sobald das Kiesbett eine solche Stärke hat, dafs die durch die Lasten bewirkten Formänderungen ganz oder zum gröfsten Teile innerhalb des Kieses erfolgen, kann bei innerlich gleichartigem Stoffe eine weitere Erhöhung des Kieses die an der Platte erfolgenden Formänderungen nicht mehr beeinflussen. Bemerkenswert ist nur, dafs für die Bedingungen, unter denen der Versuch stattfand, dieser Umstand schon bei 48 cm Kieshöhe eingetreten ist, während die Formänderungen am Untergrunde auch bei weiterer Erhöhung des Kiesbettes eine fortgesetzte Verminderung bis auf Null erfahren.

Zu den vorstehenden Versuchen ist noch folgendes zu bemerken. Bevor mit den Beobachtungen begonnen ward, wurden für eine Belastung von 125 kg die Senkungen des Untergrundes gemessen. Dabei zeigte sich, dafs die anfänglichen Formänderungen am Untergrunde immer gröfser waren, als die, welche am Schlusse der beiden Versuchsreihen beobachtet wurden. Eine länger ruhende Belastung zeigte diesen Einfluſs nicht, so dafs die Verminderung der am Untergrunde erfolgten Formänderungen als eine Folge des Lastwechsels aufgefafst werden mufs.

Sobald die beiden Beobachtungsreihen an einer Kieslage beendet waren, wurde die Druckplatte noch mehr gegen das Rohr zu verschoben, so dafs die Stelle, wo die Einsenkungen des Untergrundes gemessen wurden, anstatt 16,5 cm, nur mehr 14 cm von der Lastmitte entfernt war. Dann wurde wieder mit 125 kg belastet. Es zeigte sich, dafs der Unterschied zwischen den in 16,5 cm und den in 14 cm Abstand von Lastmittel gemessenen Senkungen des Untergrundes um so geringer wurde, je höher die Kiesbettung war.

Abb. 28.

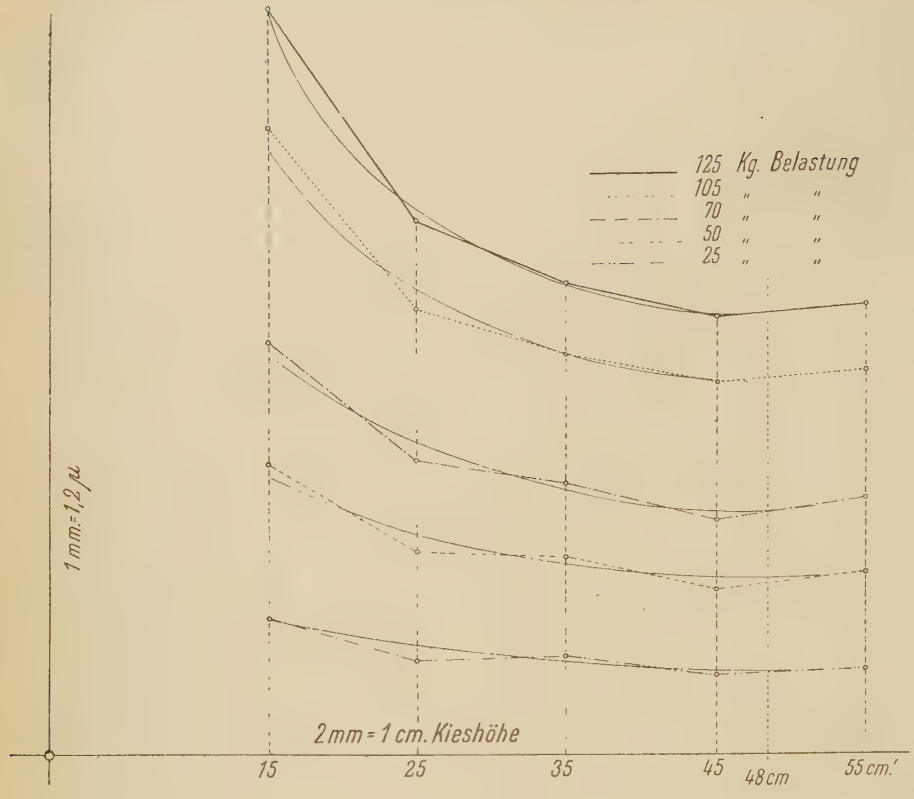


Abb. 29.

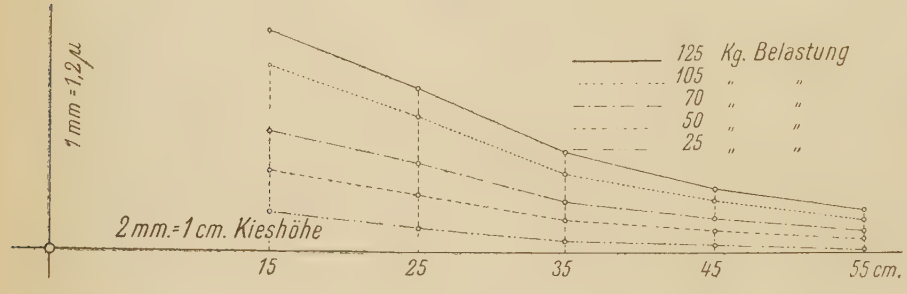
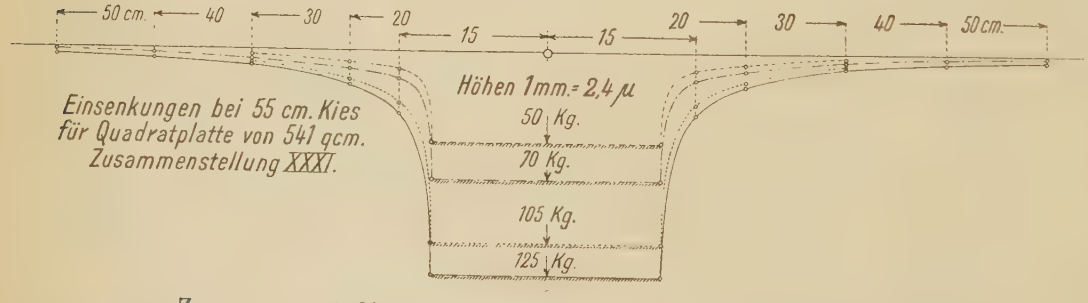


Abb. 30.



Zusammenstellung XXX.

Kieshöhe cm	In 16,5 cm Abstand vor den Versuchsreihen: Senkung	Hebung	In 16,5 cm Abstand XXV bis XXIX Senkung	Hebung	In 14 cm Abstand nach den Versuchsreihen: Senkung	Hebung
15	31,4	30,1	31,2	30,0	39,2	39,2
25	27,2	26,6	26,4	25,9	28,4	27,7
35	17,7	16,8	16,1	15,1	16,2	16,2
45	11,8	11,5	10,8	10,4	11,3	11,3
55	8,3	8,0	7,3	6,6	7,3	6,9

Die Zusammenstellung XXX enthält für eine Belastung von 125 kg die mittleren Senkungen und Hebungen, die vor Beginn der Versuchsreihen festgestellt wurden, daneben die Mittelwerte, die den Zusammenstellungen XXV bis XXIX entnommen sind, beide für 16,5 cm Abstand von der Lastmitte. In den letzten zwei Spalten stehen die Mittel aus den Beobachtungen, die zuletzt in 14 cm Abstand von Lastmitte gemacht wurden.

Um ein Bild von den Formänderungen zu gewinnen, die in der Umgebung der belasteten Platte an der Kiesoberfläche entstehen, wurde dieselbe Vorrichtung wieder verwendet, die zur Ermittelung der Einsenkungslinien am Erdboden gedient hatte, jedoch mit einer kleinen Abänderung. Das T-Eisen, an dem die zu den Spiegeln führenden Holzstäbe befestigt waren (Textabb. 15), konnte nämlich auf den beiden Hartholzklötzchen nicht mehr sicher gelagert werden, da die letzteren zu klein waren, auf den runden Kieseln keine sichere Auflage fanden und daher kanteten, sobald das T-Eisen aufgelegt wurde. Letzteres wurde daher nur mit einem Schieber auf ein Klötzchen aufgesetzt, während es mit dem zweiten auf einem festen Auflager ruhte. Auf diese Weise bekam man allerdings die Einsenkungslinie nur auf einer Seite der Druckplatte, während sie früher zur Vermeidung von Fehlern aus einseitiger Überlastung zu beiden Seiten aufgenommen wurden.

Die so gewonnenen Ablesungen sind in Zusammenstellung XXXI enthalten. Die Mittelwerte hieraus wurden zur Herstellung des stark verzerrten Schaubildes in Textabb. 30 benutzt. Man sieht schon an diesem Schaubild, dafs sich die Einsenkungslinien nicht von den für den Erdboden gefundenen unterscheiden. Untersucht man sie näher, so findet man, dafs sie ebenfalls dem durch Gl. 24) ausgedrückten Gesetze folgen, und zwar ist

$$K = 10,$$

das Gesetz der Abnahme der Formänderungen mit der Entfernung von Lastmitte also:

Gl. 47). $$\frac{y}{y_1} = \frac{(10 + x_1)^3}{(10 + x)^3}.$$

Aufserdem genügen die in Textabb. 30 wiedergegebenen Einsenkungslinien auch der allgemeinern Gl. 26), und zwar ist

$$K = 4300.$$

Aus Gl. 45) folgt aufserdem

$$C = 31,1; \quad c = 0,000\,15,$$

Zusammenstellung XXXI.

Nr.	Belastung	Abstand von Lastmitte in cm: 15	20	30	40	50
1	125 kg	20,1	11,7	5,1	4,0	2,4
2	„ „	20,3	10,8	5,1	4,0	2,3
3	„ „	20,0	11,4	5,2	4,3	2,5
4	„ „	19,6	11,1	4,8	3,8	2,3
5	„ „	19,6	10,5	5,0	3,5	2,6
6	„ „	19,9	11,1	5,1	3,9	2,3
	Mittel . .	19,9	11,1	5,0	3,9	2,4
Berechnet nach Gl. 47)		19,8	11,4	4,9	2,5	1,5
Berechnet nach Gl. 48)		19,8	11,5	4,8	2,5	1,4
7	105 kg	16,5	9,7	4,1	3,4	1,6
8	„ „	16,6	9,3	4,4	3,1	1,5
9	„ „	16,5	9,1	4,0	2,7	1,3
10	„ „	16,6	9,3	4,4	2,7	1,7
11	„ „	16,4	9,3	4,1	2,8	1,6
12	„ „	16,9	9,4	4,4	3,1	1,5
	Mittel . .	16,6	9,4	4,2	3,0	1,5
Berechnet nach Gl. 47)		16,6	9,6	4,1	2,1	1,2
Berechnet nach Gl. 48)		16,6	9,6	4,1	2,1	1,2
13	70 kg	8,7	6,1	3,2	1,4	0,8
14	„ „	8,1	6,2	3,0	1,3	0,5
15	„ „	7,9	6,0	2,9	1,2	0,4
16	„ „	7,9	6,2	2,9	1,1	0,4
17	„ „	8,0	5,9	2,8	1,1	0,4
18	„ „	8,0	5,9	2,8	1,1	0,4
	Mittel . .	8,1	6,0	2,9	1,2	0,5
Berechnet nach Gl. 47)		8,1	4,7	2,0	1,0	0,5
Berechnet nach Gl. 48)		11,1	6,4	2,7	1,3	0,8
19	50 kg	5,4	4,2	1,8	1,1	—
20	„ „	5,2	4,2	1,5	1,0	—
21	„ „	5,3	4,1	1,8	0,9	—
22	„ „	5,1	4,1	1,8	0,8	—
23	„ „	5,2	4,0	1,5	0,9	—
24	„ „	5,0	4,2	1,5	0,6	—
	Mittel . .	5,2	4,1	1,6	0,9	—
Berechnet nach Gl. 47)		5,2	3,1	1,3	0,8	—
Berechnet nach Gl. 48)		7,7	4,4	1,9	1,0	—

so dafs die Gleichung der lotrechten Formänderungen in der Umgebung der Druckplatte für die Kiesoberfläche endgültig lautet

Gl. 48) $$y = \frac{4300}{(10 + x)^3}\left(\frac{p}{31,1} - 0,00015\right).$$

Nach den Gl. 47) und 48) wurden die Höhen für die Stellen, wo die Einsenkungen gemessen sind, gerechnet und zum Vergleiche in Zusammenstellung XXXI eingeschrieben. Die Übereinstimmung der beobachteten und der gerechneten Werte kann als noch befriedigend bezeichnet werden, zumal mit Rücksicht darauf, dafs trotz aller Vorsicht einseitige Überlastungen bei dem Versuche nicht ausgeschlossen waren und die Klötzchen auf den Kieseln keine gute Auflage hatten. Überhaupt erwies sich der Kies wegen seines gröbern und ungleichmässigern Kornes für diese Versuche nicht so günstig, wie der dichte, durchaus gleichartige Ackerboden.

Die vorausgegangenen Beobachtungen, die in Zusammenstellung XXV bis XXVI verzeichnet sind, wurden bei einer Dauer der Belastung und Entlastung von je einer halben Minute gemacht und konnten daher über die elastische Nachwirkung, die bei der Untersuchung des Ackerbodens ausführlich behandelt ist, keinen Aufschlufs geben. Aus dem Grunde wurden zum Schlusse noch Beobachtungen von längerer Dauer gemacht und dabei gleichzeitig die Belastung bis auf 226,3 kg gesteigert, was einem Flächendrucke von 0,42 kg/qcm für die grofse und von 1,65 kg/qcm für die kleine Platte entspricht. In Zusammenstellung XXXII sind die Ergebnisse dieser Beobachtungen aufgeführt. Die Dauer jeder Belastung und Entlastung war 2 Minuten, wobei wieder nach 30, 75 und 120 Sekunden abgelesen wurde. Man sieht aus den Zahlen, dafs sich die Erscheinungen dieses Versuches nicht grundsätzlich von den bei Belastung des Erdbodens beobachteten unterscheiden. Wie früher, ist auch hier die Formänderung unter der ersten Belastung die gröfste, und auch hier folgt der Belastung und Entlastung eine länger andauernde Senkung und Hebung. Dagegen bleiben die Hebungen hier mehr, als früher hinter den Senkungen zurück, so dafs die bleibenden Formänderungen eine beträchtliche Gröfse erreichen. Es ist dies einmal auf den viel höhern Flächendruck und darauf zurückzuführen, dafs die Kiesbettung nicht natürlich gelagert, sondern frisch angeschüttet und nur leicht überstampft war. Bei festgelagertem oder künstlich gedichtetem Kiese, wie bei unterstopften Schwellen, wird die bleibende Verdrückung auch bei demselben Flächendruck nicht die hier beobachtete Gröfse erreichen.

Hierauf wurde das ganze Kiesbett vorsichtig und langsam mit 120 l oder 5,5 Raumteilen Wasser auf 100 Raumteile Kies übergossen. Dann wurde die Platte von 541,8 qcm wiederholt mit 226,3 kg belastet und die Formänderungen am Untergrunde und an der Platte beobachtet. Aus den in Zusammenstellung XXXII niedergeschriebenen Beobachtungsergebnissen sieht man, dafs die Formänderungen an der Platte und am Untergrunde bedeutend gröfser geworden sind, und zwar sind die elastischen Formänderungen etwa zweimal, die bleibenden an der Platte fünfmal so grofs, wie zuvor.

Damit steht freilich die früher beobachtete und auf S. 275 erwähnte Tatsache in Widerspruch, wonach die elastischen Senkungen nach Regengüssen kleiner gefunden wurden. Jedoch läfst sich dieser Widerspruch durch die verschiedenartige Beschaffenheit der untersuchten Kiesarten erklären. Während dort der Kies im Laufe der Jahre festgelagert war und viele feine, erdige und tonhaltige Bestandteile enthielt, die durch Wasseraufnahme sicher eine erhöhte Klebrigkeit erlangten, war der hier untersuchte Kies von erdigen Bestandteilen ganz frei, so dafs die Wasseraufnahme die Klebrigkeit oder den Zusammenhalt nicht vermehrte, eher noch die innere Reibung verminderte. Aufserdem waren wie beim Wegnehmen des Kieses gefunden wurde, sehr viele von den feineren Bestandteilen des Kieses durch das aufgegossene Wasser nach unten geschwemmt, obwohl beim Begiefsen mit grofser Vorsicht verfahren und der Kies mit Tüchern bedeckt war, die das Wasser nur ganz langsam durchsickern liefsen.

Nach Verlauf von 2 und 12 Stunden wurden mit derselben Belastung neue Beobachtungen gemacht, deren Ergebnisse wieder in Zusammenstellung XXXII eingetragen sind.

Zusammenstellung XXXII.

Nr.	Flächendruck kg/qcm	Platte: Senkung nach 30″	Platte: weitere Senkung nach 75″	Platte: weitere Senkung nach 120″	Platte: Hebung nach	Platte: weitere Hebung nach 75″	Platte: weitere Hebung nach 120″	Untergrund 21,5 cm von Lastmitte: Senkung	Untergrund 21,5 cm von Lastmitte: Hebung	Untergrund 14,5 cm von Lastmitte: Senkung	Untergrund 14,5 cm von Lastmitte: Hebung	
1	$\frac{226,3}{541,8} = 0,42$	186,2	2,1	1,5	158,6	0,2	—	17,8	16,5	17,8	16,3	
2		175,0	1,5	0,8	148,6	0,2	0,4	17,0	16,6	16,6	16,3	
3		159,0	1,0	0,5	147,0	0,8	0,4	16,6	16,5	17,1	16,6	
4		155,8	0,9	0,4	147,4	0,4	0,3	16,4	16,3	17,0	16,6	
5		153,5	1,4	0,9	143,8	0,8	0,5	16,3	16,2	16,8	16,5	
6		149,7	1,3	0,5	145,0	0,4	0,3	16,3	16,2	—	—	
	Mittel . .	165,2	1,4	0,8	148,4	0,6	0,4	16,7	16,4	17,1	16,5	
7	$\frac{226,3}{137,5} = 1,65$	265,0	2,6	1,4	225,6	1,5	0,6	17,0	14,7			
8		251,0	1,7	1,3	221,6	1,2	0,6	15,8	15,5			
9		243,5	1,5	0,9	219,0	1,0	0,4	15,7	15,7	Kleinere Druckplatte		
10		240,2	1,7	1,0	218,6	1,0	0,6	15,8	16,0			
11		240,7	1,3	0,7	218,6	1,0	0,4	15,8	15,7			
12		240,2	1,4	0,7	219 6	1,2	0,6	16,6	16,2			
	Mittel . .	246,6	1,7	1,0	220,5	1,2	0,5	16,0	15,6			
13	$\frac{226.3}{541,8} = 0,42$	398,2	9,0	5,0	308,4	2,6	1,8	30,3	29,5			
14		393,7	6,9	4,6	311,0	3,3	1,8	29,9	29,9	Kies mit 120 l Wasser übergossen		
15		385,5	6,7	3,9	305,5	4,1	2,2	29,9	30,1			
16		380,3	5,8	3,6	307,8	2,7	2,6	30,1	30,1			
17		373,0	5,4	3,3	301,0	2,9	1,6	30,3	30,4			
	Mittel . .	386,1	6,7	4,1	306,7	3,1	2,0	30,1	30,0			
18	$\frac{226,3}{541,8} = 0,42$	384,3	4,9	3,2	290,6	2,6	1,4	32,2	30,4			
19		324,6	4,4	2,3	287,7	2,5	1,5	31,5	30,3			
20		331,4	3,8	2,5	291,4	3,0	1,0	30,9	30,1	2 Stunden später		
21		318,5	3,9	2,1	290,4	2,7	1,3	31,9	31,2			
22		—	—	—	—	—	—	31.7	30,7			
	Mittel . .	339,7	4,2	2,5	290,0	2,7	1,5	31,7	30.5			
23	$\frac{226,3}{541,8} = 0,42$	329,3	5,0	3,1	277,3	2,1	1,0	32,5	30,9			
24		307,7	3,0	2,2	280,5	2,0	1,0	31,7	30,6			
25		311,0	2,7	2,2	279,6	1,5	1,0	31,1	30,6	12 Stunden später		
26		302,1	2,7	2,0	278,4	2,1	1,0	30,8	32,0			
27		300,8	2,5	2,6	278,2	2,5	1,0	30.9	30,6			
	Mittel . .	310,2	3,2	2,4	278,8	2,0	1,0	31,4	30,9			

Man sieht, dafs sich in dieser Zeit die ungünstige Wirkung des Begiefsens zum Teil wieder verloren hatte und die elastischen und bleibenden Verdrückungen an der Platte wieder kleiner geworden sind. Die Senkungen am Untergrunde hatten sich dagegen nur wenig geändert, waren eher gröfser geworden.

IX. Die Verteilung des Druckes unter der belasteten Platte.

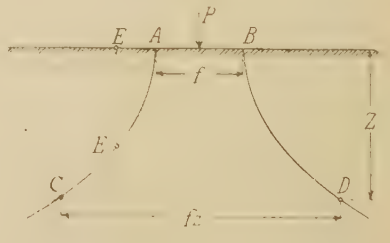
Im Abschnitte VI S. 17 ist gezeigt, welchen Einflufs Form und Gröfse der Druckplatten auf die elastischen Formänderungen des Erdbodens haben.

Schon im Jahre 1888 hat Engesser*) darauf hingewiesen, dafs die Senkung eines belasteten Punktes am Erdboden nicht nur von seiner eigenen Belastung, sondern auch von der der übrigen Punkte abhängt. Man wird daher mit Gröfse und Form der belasteten Fläche verschiedene Senkungen erhalten, und zwar wird die Senkung eines Punktes bei demselben Flächendrucke um so gröfser sein, je gröfser die belastete Fläche ist.

*) Organ 1888, S. 99.

Wird bei einem gleichartigen Erdkörper von unbeschränkter Ausdehnung und ebener Oberfläche und bei ausschliefslich elastischer Verdrückung des Erdkörpers nach Textabb. 31 ein Flächenstück f durch eine Last P belastet, so

Abb. 31.

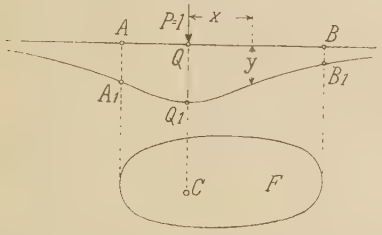


wird sich der Druck durch Reibung und Zusammenhalt des Bodens mit wachsender Tiefe z auf immer gröfsere Flächen fz verteilen. Die Linien AC und BD mögen die Begrenzung des durch die Belastung auf Druck beanspruchten Körpers darstellen, wobei sich die Last P im allgemeinen ungleichmäfsig über fz verteilen wird. Wegen der Zusammenpressung des Erdkörpers senkt sich die Oberfläche auch in der Um-

gebung der belasteten Fläche, und zwar ist die Senkung eines beliebigen, aufserhalb liegenden Punktes E gleich der Senkung des lotrecht darunter befindlichen Punktes E_1. Die genaue Gestalt der Begrenzungsfläche A B C D und der dazu gehörigen Senkungsfläche kann theoretisch kaum ermittelt werden. Bei kreisrunder Belastungsfläche ist die Senkungsfläche eine Umdrehungsfläche, die sich der ursprünglichen Fläche asymptotisch nähert.

In Textabb. 32 ist für eine unendlich kleine Belastungs-

Abb. 32.



fläche die mutmafsliche Gestalt der Querschnittslinie der Senkungsfläche dargestellt. Für eine Last P = 1 stellt die Senkungsfläche gleichzeitig die Einflufsfläche dar, die Strecke $B B_1$ gibt dann nicht nur die Senkung des Punktes B aus der in O befindlichen Last P = 1, sondern auch die Senkung des Punktes O aus der in B wirkenden Last 1 an. Mit Hülfe der Einflufsfläche kann nun in bekannter Weise die Senkung eines beliebigen Punktes C einer beliebig belasteten Fläche bestimmt werden. Sie ist

$$\eta = \int_0^F p \,.\, y \,.\, dF$$

und für eine gleichmäfsig verteilte Last

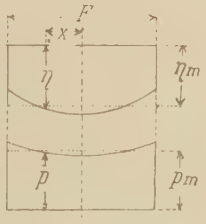
Gl. 49) . . $$\eta = p \,.\, \int_0^F y \,.\, dF = p \,.\, J,$$

worin J den Rauminhalt des Körpers $A A_1 B B_1$ darstellt, dessen Grundfläche F ist. Der betrachtete Punkt liegt hierbei in der Achse der Einflufsfläche.

Gewöhnlich liegen aber die Verhältnisse so, dafs es sich nicht um eine gleichmäfsige Belastung der Fläche F handelt, sondern dafs durch eine unnachgiebige Druckplatte allen Punkten der belasteten Fläche eine gleichmäfsige Senkung vorgeschrieben wird. Dann müssen die einzelnen Punkte der Druckfläche ungleichen Druck erfahren, und zwar werden die am Umfange, insbesondere die Eckpunkte stärker gedrückt als die in der Mitte.

Bedeutet p_m den mittlern Druck, η die Senkung eines Punktes der Druckfläche, wenn diese gleichmäfsig mit p_m belastet ist, bedeutet ferner η_m einen mittlern Wert aller η, um den sich die belastete Druckplatte senkt, so ergibt sich (gemäfs Textabb. 33) für den in einem beliebigen Punkte herrschenden Druck p die Bedingungsgleichung

Abb. 33.



Gl. 50) . . . . $$p = p_m \cdot \frac{\eta_m}{\eta};$$

je kleiner die Senkung η ist, welche ein Punkt durch den Druck p_m erfährt, um so gröfser ist der Druck, den der Punkt aufnimmt, wenn er sich mit den übrigen um das gleiche Mafs η_m senken mufs.

Da die Form der Einsenkungslinien aus den Untersuchungen des Abschnittes VII bekannt ist, kann nach der vorstehenden Betrachtung eine vergleichende Rechnung über die Druckverteilung unter verschieden grofsen belasteten Platten angestellt werden.

Nach Gl. 24) ist nämlich die Formänderung in der Umgebung einer belasteten Fläche allgemein gegeben durch

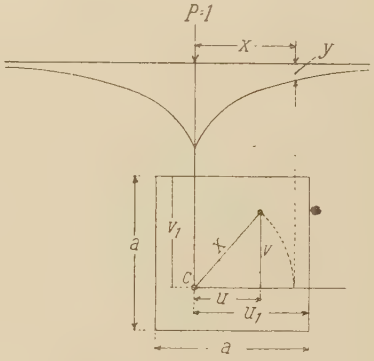
$$\frac{y}{y_1} = \frac{(K + x_1)^3}{(K + x)^3}.$$

Setzt man $$y_1 \,.\, (K + x_1)^3 = K_1,$$

so ist $$y = \frac{K_1}{(K + x)^3}.$$

Diese Gleichung legen wir auch den Formänderungen in der Umgebung einer unendlich kleinen Belastungsfläche zu Grunde, so dafs die Querschnittslinie der Senkungsfläche etwa die in Textabb. 34 dargestellte Form erhält. Darnach ist

Abb. 34.



$$x^2 = u^2 + v^2$$

und daher $$y = \frac{K_1}{(K + \sqrt{u^2 + v^2})^3}.$$

Dieser Wert gibt in Gl. 49) eingesetzt

$$\eta = p \,.\, \int_0^F \frac{K_1}{(K + \sqrt{u^2 + v^2})^3} \,.\, dF,$$

oder auch $$\eta = p \,.\, K_1 \,.\, \int_{v_1 - a}^{v_1} dv \int_{u_1 - a}^{u_1} \frac{du}{(K + \sqrt{u^2 + v^2})^3}.$$

Man erhält nun die mittlere Senkung η^m, wenn man die Summe der Senkungen η aller Punkte der Druckfläche F bildet und durch $F = a^2$ dividiert. So ergibt sich

$$\eta_m = \frac{p \,.\, K_1}{a^2} \,.\, \int_0^F dF \,.\, \int_{v_1 - a}^{v_1} dv \,.\, \int_{u_1 - a}^{u_1} \frac{du}{(K + \sqrt{u^2 + v^2})^3}.$$

Die Auswertung dieses Ausdrucks bereitet, da schon die erstmalige Integration zu einem sehr umständlichen Ausdrucke führt, Rechenschwierigkeiten, die auf folgendem Wege umgangen werden können. Der Inhalt des in Textabb. 35 gezeichneten Umdrehungskörpers A A' B' B C ist nämlich

$$J = \pi \int_{y_0}^{y_1} x^2 \,.\, dy.$$

Da $$y = \frac{K_1}{(K + x)^3},$$

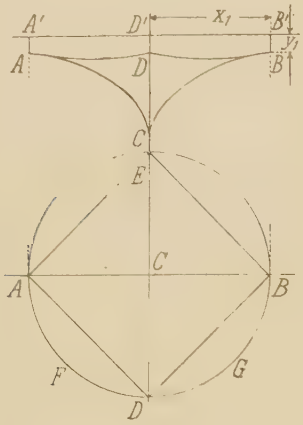
ist auch $$J = -3 \pi K_1 \,.\, \int_{x_0}^{x_1} \frac{x^2}{(K + x)^4} \,.\, dx.$$

Die Integration ergibt

$$J = \pi . K_1 \cdot \left[\frac{3}{K + x} - \frac{3K}{(K+x)^2} + \frac{K^2}{(K+x)^3} \right]_{x_0}^{x_1}.$$

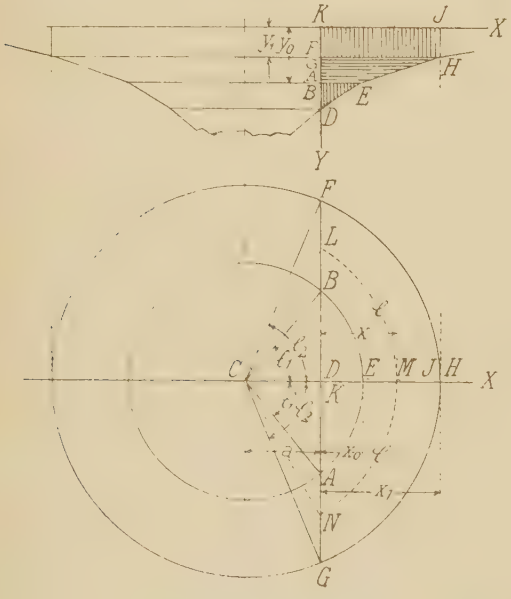
Von dem Umdrehungskörper werden je nach Lage des Punktes C, dessen Senkung berechnet werden soll, durch lotrechte Ebenen in den Kanten der Druckplatte vier Körper abgeschnitten, deren Inhalt, von dem eben berechneten des Umdrehungskörpers abgezogen, den gesuchten Rauminhalt und damit die Senkung η ergibt. So gibt beispielsweise der

Abb. 35.



Inhalt des in Textabb. 35 dargestellten Körpers die Senkung der Plattenmitte. Die Berechnung der abgeschnittenen Körper wie A F D und B G D gestaltet sich unter Berücksichtigung der Textabb. 36 wie folgt. Der im lotrechten Schnitte über-

Abb. 36.



strichelte Körper setzt sich zusammen aus einem Zylinder F K J H und einem Körper, der von der lotrechten Ebene F G, dem Kreisabschnitte F G H und der Senkungsfläche begrenzt ist. Ersetzt man die Umdrehungsfläche durch eine Reihe von auf einander folgenden Kegelflächen, so dafs die Querschnittslinie aus lauter geraden Stücken zusammengesetzt erscheint, so ist der Inhalt des von den wagerechten Ebenen F G H und A B E eingeschlossenen Körpers

$$i = \int_{y_0}^{y_1} F \, . \, dy.$$

Da E H gerade, ist

$$\frac{dy}{dx} = m$$

und daher auch

$$i = m \int_{x_0}^{x_1} F \, . \, dx.$$

Aus dem Unterschiede des Kreisausschnittes C L M N und des Dreieckes C L N ergibt sich die Fläche des Abschnittes

$$F = (a + x)^2 \text{ arc } \varphi - a\,(a + x) \sin \varphi$$

und daher

$$i = m \, . \int_{x_0}^{x_1} \left[(a + x)^2 \text{ arc } \varphi - a\,(a + x)\, 3 \text{ in } \varphi \right] d\varphi.$$

Die Integration liefert

$$i = m \, . \, \frac{r^3}{3} \left[\frac{\text{arc } \varphi - \sin 2\varphi}{\cos^3 \varphi} + \lg \frac{1 + \sin \varphi}{\cos \varphi} \right]_{\varphi_1}^{\varphi_2}.$$

Durch passende Wahl der Schnittebenen gestaltet sich die zahlenmäfsige Berechnung der dem Umdrehungskörper zu oder abzusetzenden Körper verhältnismäfsig einfach. Derart wurden die Senkungen η für zwei Platten von 12 und 24 cm Seitenlänge gerechnet, wobei der Wert K in Gl. 24) = 10 angenommen wurde. Für die Mittellinien der Platten ergeben sich die in Zusammenstellung XXXIII angegebenen Werte von η bei überall gleichen Flächendrucke p.

Zusammenstellung XXXIII.

Grofse Platte. a = 24 cm.		
In der Mitte	$\eta_0 = 100$	$p_0 = 0.84$ kg/qcm
3 cm von der Mitte .	$\eta_1 = 98{,}2$	$p_1 = 0{,}856$ „
6 „ „ „ „ .	$\eta_2 = 91{,}8$	$p_2 = 0{,}916$ „
9 „ „ „ „ .	$\eta_3 = 80{,}5$	$p_3 = 1{,}04$ „
12 „ „ „ „ .	$\eta_4 = 62{,}8$	$p_4 = 1{,}34$ „
Kleine Platte. a = 12 cm.		
In der Mitte	$\eta_0 = 48{,}4$	$p_0 = 0{,}83$ kg/qcm
1,5 cm von der Mitte .	$\eta_I = 47{,}6$	$p_I = 0{,}86$ „
3,0 „ „ „ „ .	$\eta_{II} = 44{,}8$	$p_{II} = 0{,}915$ „
4,5 „ „ „ „ .	$\eta_{III} = 40{,}6$	$p_{III} = 1{,}010$ „
6,0 „ „ „ „ .	$\eta_{IV} = 34{,}3$	$p_{IV} = 1{,}194$ „

Die Gröfsen p und K_1 konnten, weil unveränderlich, bei dieser Berechnung aufser Betracht gelassen werden. Die angegebenen Werte von η sind daher nur Verhältniszahlen.

In Textabb. 37 sind die für die grofse und kleine Platte gerechneten Senkungen dargestellt. Die erhaltenen Linien A B und C D können mit grofser Annäherung durch Kreise ersetzt werden, deren Halbmesser im Mafsstabe der Zeichnung 53,3 mm und 33,8 mm betragen. Nun lassen sich auch die Flächen, welche die Senkungen η unter den Platten darstellen, mit hinreichender Genauigkeit durch Kugelflächen ersetzen, die leicht integrierbar, durch $F = a^2$ dividiert, die gesuchte mittlere Senkung η_m ergeben.

So erhielt man:

Für die grofse Platte $\eta_m = 84.$

Für die kleine Platte $\eta_m = 41.$

Hiermit vergleichen wir die Senkungen, die früher mit quadratischen Platten von annähernd denselben Abmessungen erhalten wurden.

Abb. 37.

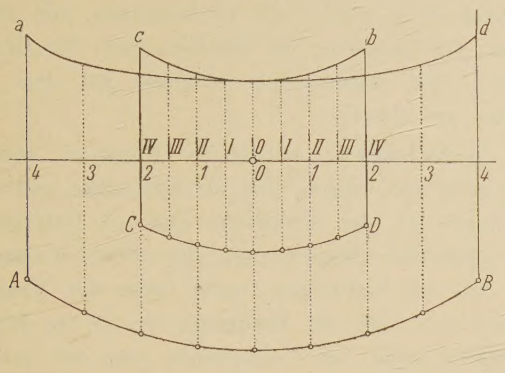
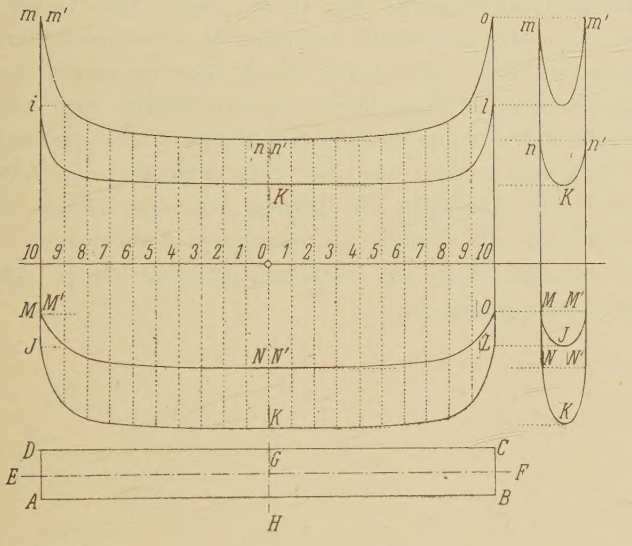


Abb. 38.



Für eine Belastung von p = 0,1 kg/qcm ergibt sich für die Platte von 550 qcm Druckfläche nach Gl. 15) die Senkung

$$y = \frac{p}{8{,}8} - 0.0015 = 98\ \mu,$$

und für die Platte von 137,5 qcm Druckfläche nach Gl. 16)

$$y = \frac{p}{20{,}4} - 0.0008 = 41\ \mu.$$

Demnach ergibt sich für die grofse und kleine Platte das Verhältnis der beobachteten Senkungen

$$98 : 41 = 84 : 35,$$

während sich die gerechneten Senkungen wie

$$84 : 41$$

verhalten. Das Ergebnis der Rechnung stimmt demnach mit den früheren Versuchen ganz gut überein.

Aus der mittlern Senkung η^m läfst sich nach Gl. 50) nun auch der Druck p berechnen, der durch die Belastung von beispielsweise $p_m = 0{,}1$ kg/qcm unter der Druckplatte an den verschiedenen Stellen des belasteten Erdbodens hervorgerufen wird. Für die Mittellinien der quadratischen Platten ergeben sich aus dieser Rechnung die Werte für p, welche in Zusammenstellung XXXIII in der Spalte neben den Senkungsgröfsen η angegeben sind. In Textabb. 37 sind diese Werte zu den Linien a b und c d vereinigt, welche ein Bild von der Verteilung des Druckes längs der Mittellinien der grofsen und kleinen Platte geben.

Wie für die quadratischen Platten sind auch die Senkungsgröfsen η für eine rechteckige Platte von 240 × 24 cm, etwa einer Eisenbahnschwelle zu rechnen. Für die Mittellinie A B (Textabb. 38) der Platte wurden p wieder unter Zugrundlegung des Wortes $K = 10_1$ folgende Zahlen erhalten.

Zusammenstellung XXXIV.

In der Mitte	$\eta_0 = 144{,}8$	$p_0 = 0{,}846$ kg/qcm
12 cm von der „ . .	$\eta_1 = 144{,}6$	$p_1 = 0.847$ „
24 cm „ „ „ . .	$\eta_2 = 144.4$	$p_2 = 0{,}849$ „
36 cm „ „ „ . .	$\eta_3 = 144{,}1$	$p_3 = 0{,}851$ „
48 cm „ „ „ . .	$\eta_4 = 143{,}7$	$p_4 = 0{,}853$ „
60 cm „ „ „ . .	$\eta_5 = 143\,1$	$p_5 = 0\,856$ „
72 cm „ „ „ . .	$\eta_6 = 142{,}0$	$p_6 = 0{,}863$ „
84 cm „ „ „ . .	$\eta_7 = 139{,}9$	$p_7 = 0{,}876$ „
96 cm „ „ „ . .	$\eta_8 = 135{,}2$	$p_8 = 0{,}907$ „
108 cm „ „ „ . .	$\eta_9 = 122{,}4$	$p_9 = 1{,}001$ „
120 cm „ „ „ . .	$\eta_{10} = 72{,}4$	$p_{10} = 1{,}690$ „

In Textabb. 38 gibt die Linie J K L' ein Bild von den Senkungen längs der Mittellinie E F, N K N' die Verteilung längs G H an. Die Senkungen an den Kanten A B und C D werden durch die Linie M N O, die Senkungen an den Kanten B C und A D durch M J M' dargestellt. Bestimmt man den Inhalt des von der η-Fläche M N L O K J, von den wagerechten und den lotrechten Ebenen eingeschlossenen Körpers und dividiert ihn durch die Grundfläche A B C D, so erhält man wieder die mittlere Senkung, nämlich

$$\eta_m = 122{,}5.$$

Aus Gl. 50) kann nun der Druck, der durch die Belastung von 0,1 kg/qcm unter der Platte an verschiedenen Stellen hervorgerufen wird, berechnet werden. Mit den so gerechneten Werten von p, die in der obigen Zusammenstellung neben den Gröfsen η angegeben sind, wurden die Schaulinien der Textabb. 38 erhalten, welche die Fläche m n o l k i begrenzen und ein Bild von der eigenartigen Druckverteilung unter der als starr angenommenen Schwelle geben.

Eine derartige starre Schwelle kommt im Eisenbahnbau freilich nicht vor. Die Betrachtung des Schaubildes zeigt aber doch, wie die im Eisenbahnbau geübte Praxis, die Schwellen an den Enden stärker zu stopfen, als in der Mitte mit der tatsächlichen Beanspruchung der Bettung im Einklang steht.

X. Schlufsbetrachtung.

Die folgenden sicheren Ergebnisse sind durch diese Betrachtungen erzielt.

Jede Belastung, auch die kleinste, ruft eine elastische und eine bleibende Senkung am Erdboden hervor. Wegen der elastischen Nachwirkung ist die Gröfse dieser Senkung nicht nur von der Gröfse der jeweiligen Belastung, sondern auch von der Zahl und Gröfse der vorausgegangenen Lasten abhängig.

Die Senkungen nehmen bei derselben Druckplatte mit der Gröfse der aufgebrachten Lasten zu. Ihre Abhängigkeit ist gegeben durch Gl. 5) und innerhalb gewisser Grenzen auch

durch Gl. 14). Die ganz allgemein als gültig angesehene Winkler'sche Annahme der Gl. 1) ist hier also nicht streng zutreffend, obschon gegen ihre Benutzung zur Ableitung näherungsweise gültiger Schlufsfolgerungen innerhalb gewisser Grenzen nichts einzuwenden ist.

Jede Belastung erzeugt eine bleibende Verdrückung des Erdkörpers. Die zulässige Belastung des Gleisbettes mufs also davon abhängig gemacht werden, welche bleibende Verdrückung noch als zulässig angesehen werden kann. Da von der Gröfse der bleibenden Senkung das Mafs der am Gleise erforderlichen Unterhaltungsarbeiten abhängt, ist diese Frage für den Eisenbahnbau von Bedeutung. Die Gröfse der bleibenden Verdrückung ist mit durch die Anzahl der Belastungen bedingt; die zulässige Belastung darf daher für geringen Verkehr gröfser gewählt werden, als für starken.

Bei Platten verschiedener Gröfse ergeben sich die Senkungen auch bei gleicher Flächenbelastung ungleich grofs. Für die eingehend untersuchten Platten von quadratischer Form lassen sich die Senkungen mit dem Verhältnisse der Druckfläche zum Umfange in eine Beziehung bringen, die durch Gl. 19) gegeben ist. Die Bettungsziffer ändert sich demnach mit der Form und Gröfse der Schwellen, und man hat es in der Hand, die Gleislage bei schlechten Untergrund- oder Boden-Verhältnissen zu verbessern, indem man beispielsweise die Schwellen verkleinert, ihre Anzahl aber der kleineren Fläche entsprechend vermehrt.

In der Umgebung der belasteten Druckflächen werden an der Oberfläche des Erdkörpers Senkungen hervorgerufen, deren Gesetz durch Gl. 24) gegeben ist. Dieser Umstand gestattet nach dem Vorgange Engessers die Senkungen bei Platten verschiedener Form und Gröfse zu berechnen und gibt gleichzeitig über die Verteilung des Druckes unter den Druckplatten Aufschlufs. Die theoretischen stimmen mit den Versuchs-Ergebnissen gut überein.

Die Beobachtungen, welche an Kieslagen verschiedener Höhe gemacht sind, zeigen, dafs die elastischen und bleibenden Verdrückungen an der Oberfläche und am Untergrunde mit wachsender Kieshöhe kleiner werden, aber nur bis zu einer gewissen Grenze. Für die Verhältnisse, unter denen der Versuch stattfand, ergab sich, dafs die Senkungen bei 48 cm Kieshöhe an der Oberfläche keine, am Untergrunde eine nur unbedeutende Verringerung erfuhren, so dafs für diese Verhältnisse die günstigste Bettungstärke bei 48 cm liegt. Der Versuch tut also dar, dafs fortgesetzte Erhöhung der Gleisbettung nicht in demselben Mafse eine Verminderung der Senkungen bewirkt und von einer gewissen Grenze an unvorteilhaft wird, da die aufgewendeten Mehrkosten in keinem Verhältnisse zur erzielten Verbesserung stehen. Nur bei ganz schlechtem Untergrunde wird es sich empfehlen, die Bettung über diese Grenze hinaus zu erhöhen. Die Grenze der günstigsten Bettungsstärke kann nur auf dem Wege des Versuches gefunden werden, ähnlich wie es hier gezeigt ist.

Buchdruckerei von Carl Ritter in Wiesbaden.